جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة القادسية
كلية التربية / قسم الرياضيات
الدراسات الصباحية

اختبارت مربع كاي في التنبوء الاحصائي

بحث مقدم من قبل الطالب

حسام عواد راجح

مقدم الى

مجلس كلية تربية جامعة القادسية وهو جزء من متطلبات نيل شهادة البكالوريوس في الرياضيات

بأشراف الاستاذة

د. كوركيس شهيد

1440 هـ **2019 م**

الاهـــــــداء

الى من بلغ الرسالة وادى الامانة ونصح الامة .. الى نبي الرحمة .. ونور العالمين

سيدنا محمد (صلى الله علية واله وسلم)

****

الى من اعطاه الله بالهيبة والوقار .. الى من علمني العطاء دون انتظار

الى من احمل اسمه بكل افتخار .. الى من حصد الاشواك عند دربي

ليمهد لي طريق العلم .. والدي العزيز

****

الى ملاكي في الحياة .. الى معنى الحب والحنان والتفاني

الى بسمة الحياة وسر الوجود .. الى من كان دعاءها سر نجاحي وحنانها بلسم جراحي

الى القلب الناصع بالبياض .. والدتي العزيزة

****

الى القلوب الطاهرة الرقيقة والنفوس البريئة الى رياحين حياتنا .. اخوتي واصدقائي

****

الى الذين بذلوا كل جهد وعطاء لكي اصل الى هذه اللحظة .. اساتذتي الكرام

الى كل من ساعدني في انجاز هذا العمل شكري الجزيل وامتناني

الى الذين يضحون بأنفسهم لأجلنا

الى جيشنا الباسل والحشد الشعبي المقدس

الشـــكر والتقـــدير

لابد لنا ونحن نخطو خطواتنا الأخيرة في الحياة الجامعية من وقفة نعود الى اعوام قضيناها في رحاب الجامعة مع اساتذتنا الكرام الذين قدموا لنا الكثير باذلين بذلك جهوداً كبيرة في بناء جيل الغد لتبعث الامة من جديد وقبل ان نمضي نتقدم بأسمى آيات الشكر والامتنان والتقدير والمحبة الى الذين حملوا أقدس رسالة في الحياة ... الى الذين مهدوا لنا طريق العلم والمعرفة

الى جميع اساتذتنا الافاضل .... واخص بالشكر والتقدير :

د. كوركيس شهيد

بسم الله الرحمن الرحيم

((قُلْ اعملوا فسيرى الله عملكم
ورسوله والمؤمنين))

صدق الله العظيم

قائمة المحتويات

المقدمة

يعتبر مربع كاي من التوزيعات المهمة حيث يعتبر ثاني توزيع مهم بعد توزيع الطبيعي حيث في هذا البحث تم التطرق الى موضوع توزيع مربع كاي حيث تضمن البحث تعريف التوزيع المستمر ومنها توزيع مربع كاي ثم تناول اختبارات مربع كاي وشمل عدد طرق من الاختبار منها ذي الحدين واختبار حسن المطابق وكذلك الاستقلالية وبعض الامثلة التطبيقية حول الموضوع . هذا البحث تضمن فصلين في الفصل الاول تطرقنا الى التعاريف الأساسية التي تخص البحث اما الفصل الثاني فتضمن توزيع مربع كاي وبعض اختبارات مربع كاي واهميته واستخداماته

المستخلص

في هذا البحث تم التطرق الى موضوع توزيع مربع كاي حيث تضمن البحث تعريف التوزيع المستمر ومنها توزيع مربع كاي ثم تناول اختبارات مربع كاي وشمل عدد طرق من الاختبار منها ذي الحدين واختبار حسن المطابق وكذلك الاستقلالية وبعض الامثلة التطبيقية حول الموضوع

الفصل الاول

[1 – 1] تعريف

يعرف المتغير العشوائي Vondem Varidle على انه الدالة التي تخصص لكل نتيجة ممكنة مثل $a\in \Omega,a$ القيمة $x(a)$ في المجموعة E حيث ECR . عليه فأن $x(a)$ تمثل في الحقيقة عدد حقيقي يعبر عن قيمة المتغير العشوائي x عند نتيجة معينة للتجربة مثل ω .

[1 – 2] انواع المتغير العشوائي

اولاً : المتغير العشوائي المنقطع (المنفصل)

ثانياً : المتغير العشوائي المستمر

[1 – 2 – 1] تعريف

يقال ان X متغير عشوائي متقطع Discrete Vandom Varidle اذا كان فضاء العين S مجموعة قابلة للعدد سواء كانت مجموعة منتهية ام غير منتهية او بمعنى اخر فأن اية دالة ذات قيمة حقيقية معرفة على فضاء عينة منقطع تسمى متغير عشوائي منقطع.

مثال1/ اذا كان هناك مصنع لصناعة البطاريات فإذا كان في انتاج هذا المصنع بطاريات عاطلة . افرض ان X يشير الى البطاريات العاطلة فأن

$S = \{x:x=0,1,2,\ldots\}$

مثال2 / في تجربة رمي زهر النرد ، ان مجموعه القيم الممكنة لهذه التجربة هي المجموعة $U\{x:x=1,2,3,4,5,6\}$ القابلة للعد فأن X متغير عشوائي منقطع.

تعريف [1 – 2 – 2]

يقال ان X متغير عشوائي مستمر Continuos Vandom Variable اذا كان فضاء العينة S مجموعة غير قابلة للعد سواء كانت منتهية او غير منتهية او بمعنى اخر فأن اية دالة قيمة حقيقية معرفة على فضاء عينة مستمر تسمى متغير عشوائياً مستمراً.

مثال1/ افرض ان X يشير الى حجم الغاز المنبعثة من انفجار بركاني محتمل الوقوع. وضح هنا ان $S = \{x:x\geq 0\}$ مجموعة غير قابلة للعد فأذن نستنتج ان X متغير عشوائي مستمر.

مثال2 / في تجربة للاختبار عدد من الفترة [0,1] وضح ان $U = \{x:0\leq x\leq 1\}$ مجموعه غير قابلة للعد بسبب وجود عدد غير منته من القيم المعرفة في هذه الفترة. فأذن نستنتج ان X متغير عشوائي مستمر.

[1 − 3] خواص المتغير العشوائي

افرض ان $z,y,x,$ متغيرات عشوائية c,b,a ثوابت .

1−الدوال من الشكل $V_1 = x+y+z$ و $V_2 = x-y+z$ ، $V_3 = x+y$ ، $V_4=ax+by+cz$ ، $V_5=xyz$ ، $V_6=cxy$ ، $V_7=\frac{ax}{by}$ $b\neq 0$ ، وغيرها هي ايضاً متغيرات عشوائية

2− ان $V_1= \max (x,y,z)$, $V_2=\min (x,y,z)$ ، هي ايضاً متغيرات عشوائية .

3−ان $V_1=/x+y+z/$ ، $V_2=/x/$ ، $V_3=\frac{1}{12}$ هي متغيرات عشوائية .

4−ان اية دالة مستمرة بدالة متغير عشوائي مثل x هي ايضاً متغير عشوائي .

5−ان اي متزايدة بدلالة متغير عشوائي مثل x هي ايضاً متغير عشوائي .

تعريف [1−4]

يعرف الالتواء sewness على انه درجة تماثل او البعد عن تماثل التوزيع ما اذا كان المنحني التكراري لتوزيع ما له زيل اكبر الى يمين يقال ان التوزيع ملتوي الى اليمين او بموجب الالتواء واذا كان التوزيع له زيل اكبر الى يسار فيقال ان التوزيع ملتوي الى اليسار او سالب الالتواء .

تعريف [1−4−1]

يعرف معامل الالتواء لكارل بيرسن Karl Pearsons Coefficient of skewness بالصبر الاتية

Sk=$\frac{M_x - M_o}{\sigma_x}$

حيث

Mo : تعني المنوال لذلك التوزيع

Mx : تعني الوسط المادي

σx : تعني التباين

ملاحظة // في حالة تعذر حساب قيمة Mo يمكن استخدام الصيغة لحساب معامل الالتواء وهي

$$s_k = \frac{3(M_x - M_{e)}}{\sigma_x}$$

حيث ان

M_e : تعني الوسيط للتوزيع الاحتمالي

ملاحظة // هناك معامل اثر بعشوائي الى العزوم وصيغة هذا المعامل هي

$S_k = \frac{M_3^2}{\sqrt{M_2^3}}$ حيث M_2 ، M_3 هما على التوالي العزم المركزي الثاني والثالث

للتوزيع الاحتمالي .

مثال / اذا علمت ان قيمة الوسط في توزيع احتمالي كانت (4) والمنوال كان (5.2) والاحتراف المعياري كان (3) حدد درجة ونوع التواء هذا التوزيع

$$S_k = \frac{M_x - M_o}{\sigma_x} \longrightarrow S_k = \frac{4-5.2}{3} = -0.4$$

وهذا يعني ان التوزيع ذو التواء سالب وان درجة التواء هي 4.0−

تعريف [1 − 4 − 2]

يعرف معامل التواء التوزيع البؤري Bowleys Cofficient of skewness

في حاله تعذر حساب عزوم التوزيع بسبب عدم تحقق خاصية التقارب المطلق عندئذ يمكن استخدام المعامل الثاني الذي تستند صيغته على قيم الربيعيات وهي

$$S_k = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$$

أيا كان معامل الالتواء المستخدم اذا لوحظ ان :

$S_k < 0$: فذلك يعني ان التوزيع الاحتمالي ذو التواء سالب

$S_k = 0$: فذلك يعني ان التوزيع الاحتمالي متماثل

$S_k > 0$: فذلك يعني ان التوزيع الاحتمالي ذو التواء موجب

وتزداد شدة التواء التوزيع كلها ابتعدت $/S_k/$ عن الصفر

مثال / اذا علمت ان الدالة التوزيعية لمتغير عشوائي X هي

جد درجة ونوع التواء هذا التوزيع $F_{(x)} = 1 - e^{-x} \, , x \geq 0$

الحل

$$F_{(Q1)} = 1 - e^{-Q1} = \frac{1}{4} \rightarrow e^{-Q1} = \frac{3}{4} \quad \therefore Q_1 = -L_n\left(\frac{2}{4}\right)$$

$$F_{(Q2)} = 1 - e^{-Q2} = \frac{1}{2} \rightarrow e^{-Q2} = \frac{1}{2} \quad \therefore Q_2 = -L_n\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$F_{(Q3)} = 1 - e^{-Q3} = \frac{3}{4} \rightarrow e^{-Q3} = \frac{1}{4} \quad \therefore Q_3 = -L_n\left(\frac{1}{4}\right)$$

ان $Q_1 = 0.2877 \;\; , \;\; Q_2 = 0.6931 \;\; , \qquad Q_3 = 1.3863$

$$S_k = \frac{1.3863 + 0.2877 - 2(0.6931)}{1.3863 - 0.2877} = 0.262$$

وهذا يعني ان التوزيع ذا التواء موجب وان درجة التوائه هي 0.262

تعريف [5 − 1]

تعرف الدرجة المعيارية the standard value على انها انحراف القيم عن وسطها الحسابي بوحدات من الانحراف المعياري وهو كمية لا حجم لها بمعنى انها مستقلة عن الوحدات المستخدمة ويمكن حساب بالصيغة الاتية

$$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S}$$

ويستخدم عندما يفشل معامل الاختلاف في المقارنة

مثال / استلم طالب درجة الامتحان النهائي في الرياضيات والتي تساوي (84) حيث كان المتوسط الحسابي لها (79) وانحراف المعياري (10) بينما حصل الطالب على الدرجة (90) في مادة الفيزياء حيث كان الوسط الحسابي (82) والانحراف المعياري (16) بين اي من الموضوعين كان استيعاب الطالب اعلى .

$$Z = \frac{x_i - \bar{x}}{S}$$

للرياضيات $Z = \frac{84-76}{10} = 0.8$

للفيزياء $Z = \frac{90-82}{18} = 0.5$

تعريف [6 – 1]

يعرف التباين Varianve على انه مربع الانحراف المعياري ويمكن حسابه عن طريق للبيانات الغير محسوبة

$$S^z = \frac{\varepsilon(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$S^z = \frac{\varepsilon f_i(M_i - \bar{x})^2}{\varepsilon f_i - 1}$$

مثال / جد التباين للجدول التالي

Classes	f_i	M_i	f_iM_i	$f_i(M_i - \bar{x})^2$
20 – 22	4	21	89	178.324
23 – 25	5	24	120	67.604
26 – 28	11	27	297	5.042
29 – 31	2	30	60	10.793
32 – 34	5 $\sum 31$	33	165	255.1 $\sum 516.866$

$$\bar{x} = \frac{858}{31} = 27.677$$

$$S^2 = \frac{\varepsilon f_i(M_i - \bar{x})^2}{\varepsilon f_i - 1}$$

$$S^2 = \frac{519.866}{30} = 17.229$$

[1 − 7] تعريف

يعرف التوقع الرياضي Mathematical Expectation على انه للدالة بأنه عملية ايجاد ومتوسط g(x) ويرمز لهذه العملية بالشكل E(g(x))

[1 − 7 − 1] تعريف

تعرف حالة المتغيرات المنقطة وبغرض ان p(x) تمثل دالة الكتلة الاحتمالية الى (x) المعرفة قيمة في (S) فأن القيمة المتوقعة للدالة g(x) يمكن حسابها على التوالي على النمو الاتي

$$E[g(x)] = \varepsilon g(x).plx = x$$

مثال ان $x = 0,1,2, \ldots$, $p(x) = \frac{e^{-1}}{x!}$ وان $g(x) = x!$ جد التوقع

الحل

$$E[g(x)] = E(x!) = \sum_{x=0}^{e} x! \frac{e^{-1}}{x!} = e^{-1} \sum_{x=0}^{x} 1$$

واضح في هذه الحالة ان متابع عليه فأن $E(x!)$ غير معروف

[1 − 7 − 2] تعريف

تعرف حالة المتغيرات المستمرة ويفترض ان $f(x)$ تمثل دالة كثافة احتمالية الى X المعرف في S فأن القيمة المتوقعة للدالة g(x) يمكن حسابها على النحو التالي

$$E[g(x)] = \int_{s}^{x} g(x)f(x)dx$$

مثال / افرض ان $x \geq 0$, $f(x) = e^{-x}$, $g(x) = 3x$ اوجد التوقع

$$E(3x) = \int_0^x 3x.e^{-x}dx = 3\int_0^x xe^{-x}dx$$

[1 − 8] تعريف

يعرف التوزيع الاحتمالي هو دالة الكتلة الاحتمالية للمتغير العشوائي المنقطع X وهذا يعني ان الدالة الكتلة الاحتمالية دالة منطلق E $U \leq E$ ومدتها الفترة [0,1] .

كذلك فأن المجموعة التي عناصرها هي $p = (plx_i)\ ,\ 0 \leq p(x_i) \leq$

$p(x_i)$ اي 1

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X

[1 − 8 − 1] انواع التوزيعات

[1 − 8 − 2] بعض التطبيقات على التوزيعات الاحتمالية

اولاً / التوزيع المنتظم (المنقطع)

يقال لمتغير X بأنه له توزيع منتظم (متجانس) اذا وفقط اذا كانت الدالة الاحتمالية له بالشكل التالي :

$$f(x) = [^{\frac{1}{n}}_{0} \qquad x = 1,2,3,\ldots n$$

ويرمز له بالرمز $x \sim u(n) \qquad 0.w$

$$1)\ E(x) = \frac{n+1}{2} \quad 2)\ Var = \frac{n^2-1}{12} \quad QM_x(Z) = \frac{e^t - e^{(n+1)t}}{n(1-e^t)}$$

البرهان

$$1)\ E(x) = \sum_{1}^{n} x\frac{1}{n} = \frac{1}{n}\sum_{x=1}^{n} x = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n} = \frac{n+1}{2}$$

$$E(x^2) = \sum_{x=1}^{n} x^2\frac{1}{n} = \frac{1}{n}\sum_{x=1}^{n} x^2 = \frac{1}{n}\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{(n+1)^2}{4}$$

$$Var(x) = E(x^2) - E(x)^2 = \frac{(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{(n+1)^2}{4}$$

$$= \frac{n^2-1}{12}$$

$$M^x(t) = E(e^{tx})$$

$$= \sum_{x=1}^{n} e^{tx}.\frac{1}{n}$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{x=1}^{n} e^{tx} = \frac{1}{n}(e^t + e^{2t} + \cdots + e^{nt})$$

$$= \frac{1}{n}(\frac{e^t(1-e^t)^n}{1-e^t}) = \frac{e^t - e^{(n+1)t}}{n(1-e^t)}$$

مثال / اذا علمت ان $x \sim Du(N)$ جد الوسط والتباين الى $y = a + bx$ حيث ان a , b ثابتان حقيقيان

$$E(y) = a + bE(x)$$

$$E(x) = \frac{N+1}{2}$$

$$E(y) = a + \frac{b(N+1)}{2}$$

$$V(y) = b^2 v(x)$$

$$V(x) = \frac{N^2 - 1}{12}$$

$$V(y) = \frac{b^2(N^2 - 1)}{12}$$

ثانياً : التوزيع برنولي

يقال للمتغير العشوائي X بأنه توزيع برنولي اذا وفقط اذا كانت الدالة الاحتمالية له بالشكل

$$f(x,p) = \sum\nolimits_{0}^{p^x(1-p)^{1-x}} \qquad \begin{matrix} x=0.1 \\ 0.w \end{matrix}$$

ويرمز له بالرمز $x{\sim}Be(p)$

$$1)\ \mathrm{E = p} \qquad , \qquad 2)\ \mathrm{Var(x) = p(1-p) = p2} \qquad , \qquad 3) M_3(t) = (q + pe^t)$$

البرهان

$$1)\ E(x) = \sum_{x=0}^{1} xp^x(1-p)^{1-x} = o + p(1-p)^0 = p$$

$$E(x^2) = \sum_{x=0}^{1} x^2p^x(1-p)^{1-x} = 0 + p(1-p)^0 = p$$

$$2)\ Var(x) = E(x^2) - [E(x)]^2 = p - p^2 = p(1-p) = p.2$$

$$3)\ M_x(t) = E(e^{tx})$$
$$= \sum_{x=0}^{1} e^{tx} p^x (1-p)^{1-x}$$
$$= e^0 p^0 (1-p) + e^t p (1-p)^0 = (1-p) + pe^t$$
$$= 2 + pe^t$$

مثال / اذا علمت ان $x \sim Ber(p)$ جد التوقع والتباين الى $y = a + bx$ حيث ان a,b ثوابت

$$E(y) = a + bE(y) = a + bp \quad , \quad E(x) = p$$

$$V(y) = b^2 V(x) = b^2 p2 \quad , \quad V(x) = p2$$

ثالثاً / توزيع ذي الحدين يقال للمتغير العشوائي بأن له توزيع ذي حدين اذا وفقط اذا كانت الدالة الاحتمالية له بالشكل

$$f(x) = \sum\nolimits_{0}^{(x^n) p^x (1-p)^{n-x}} \qquad \begin{matrix} x=0,1,2,\ldots,n \\ 0 \le p \le 1 \end{matrix}$$

$1)\ E(x) = np \qquad 2)\ Var(x) = np2$

ى $\quad 3) M_x(t) = (q + pe^t)^n$

$$M_x(t) = E(e^{tx}) = \sum_{x=0}^{n} e^{tx} c_x^n p^x (1-p)^{n-x}$$

$$= [pe^t + (1-p)]^n$$

$$= (q + pe^t)^n$$

$$\grave{M}_x(t) = n(q + pe^t)^{n-1} . pe^t \rightarrow \grave{M}_x(0) = n(q+p)^{n-1} p = np$$

$$E(x) = np$$

$\bar{\bar{M}}_x(t) = np[(q + pe^t)^{n-1} + e^t(n - 1(q + pe^t)^{n-2}pe^t$

$\bar{\bar{M}}_x(0) = np[1 + (n - 1)p] = np[1 + np - p]$

$Var(x) = \bar{\bar{M}}_x(0) - (\bar{M}_x(0))^2$

$Var(x) = np + (np)^2 - np^2 + (np)^2 = np(1 - p) = np2$

مثال القي زهر طاولة 180 مرة جد التوقع والتباين لعدد مرات الحصول على رقم 6

$n = 180 \quad , p = \frac{1}{6} \quad , q = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

$f(x) = (180(\frac{1}{6})^x(\frac{5}{6})^{180-x} \qquad x = 0, \dots\dots, 180$

$x \sim b^x(n, p)$

$E(x) = np = 180\left(\frac{1}{6}\right) = 30$

$Var(x) = np2 = 180\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right) = 25$

[3 – 8 – 1] التوزيعات من النوع المستمر

اولاً : التوزيع الطبيعي

تعريف / هو اهم التوزيعات لان اغلب النظريات تفترض ان التوزيع الضاهر طبيعي ، يقال للمتغير العشوائي X له التوزيع طبيعي اذا كانت دالة الكثافة الاحتمالية له بالشكل التالي

$$f(x) = (N, \sigma^2) = \sum_0^{\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}}$$

$$1)\ E(x) = M \quad ,2)\ Var(x) = \sigma^2 \quad 3)\ M_x(t) = e^{mt+\frac{1}{2}t^2\sigma^2}$$

$$1)\ E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} xe^{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}}$$

$$y = \frac{x-M}{\sigma} \rightarrow x = \sigma y + M \ \rightarrow dx = \sigma dy$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} (\sigma y + M)e^{-\frac{y^2}{2}} \sigma dy$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} 2\left(\sigma^2 ye^{-\frac{y^2}{2}} + M\sigma e^{-\frac{y^2}{2}}\right) dy$$

$$= \frac{M}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} = M$$

$$E(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}} dx$$

$$let \quad y = \frac{x - M}{\sigma} \rightarrow x = \sigma y = M \rightarrow dx = \sigma dy$$

$$E(x^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} (\sigma y + M)^2 e^{-\frac{y^2}{2}} \sigma dy$$

$$= \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} y^2 e^{-\frac{y}{2}} dy + \frac{2\sigma M}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} y e^{-\frac{y^2}{2}} dy + \frac{M^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y}{2}} d$$

$$E(x^2) = \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} y^2 e^{-\frac{y^2}{2}} dy + M^2$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} y^2 e^{-\frac{y^2}{2}} dy = \int_{-\infty}^{\infty} yye^{-\frac{y^2}{2}} dy \qquad 4 = y$$

$$\int_{-}^{\infty} d4 = \int_{-\infty}^{\infty} ye^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$d4 = dy \quad , \quad 4 = -e^{-\frac{y^2}{2}}$$

$$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} yye^{-\frac{y^2}{2}} dy = -ye^{-\frac{y^2}{2}} + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = 0 + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$E(x^2) = \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} d + M$$

$$\therefore E(x^2) = \sigma^2 + M^2$$

2) $Var = E(x^2) - [E(x)]^2 = \sigma^2 + M^2 - (M)^2$

$$\therefore Varx = \sigma^2$$

3) $M_x(t) = e^{Mt+\frac{1}{2}t^2\sigma^2}$

$$E(e^{tx}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x) \to \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} . \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}}$$

$$y = \frac{x-M}{\sigma} \to 6y = x - M \to x = 6y + M \to dx = 6dy$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{t(6y+M)} e^{-\frac{y^2}{2}} \sigma dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{6y+Mt} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{6ty+Mt-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$= e^{Nt+\frac{\sigma^2+t^2}{2}} . \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

$$= e^{nt} + \frac{\sigma^2 t^2}{2}$$

مثال //

$$let\ x \sim f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}}$$

$find \quad 1)\ E(x) \quad and \quad E(x^2) \quad and \quad M_x(t)$

الحل

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}} \qquad x \sim N(M, \sigma^2)$$

$$M = 2$$

$$\sigma^2 = 1$$

$$E(x) = M = 2$$

$$E(x) = \sigma^2 + M^2 = 1 + 2^2 = 1 + 4 = 5$$

$$M_x(t) = e^{Mt+\frac{\sigma^2 t^2}{2}}$$

$$M_x(t) = e^{2t+\frac{t^2}{2}}$$

ثانياً / التوزيع الطبيعي القياسي

تعريف : هو حالة خاصة من لتوزيع الطبيعي عندما يكون $M = 0$, $\sigma^2 = 1$

اي ان الدالة الاحتمالية له تكون بالصورة التالية :-

$$f(x, m, \sigma^2) = \sum_{0}^{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}} \qquad \begin{matrix} -\infty < x < \infty \\ 0.w \end{matrix}$$

*يتم تحويل التوزيع الطبيعي الى القياسي وذلك بتحويل X الى قيمة معيارية

$$Z = \frac{x-M}{\sigma}$$

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x) dx$$

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, (\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

$$E(x) \frac{-1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} -x e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

$$E(x) = \frac{-1}{\sqrt{2\pi}} [e^{-\frac{1}{2}x^2} \Big]_{-\infty}^{\infty}$$

$$E(x) = \frac{-1}{\sqrt{2\pi}} [e^{\infty} - e^{\infty}]$$

$$E(x) = \frac{-1}{\sqrt{2\pi}}[\infty - \infty]$$

$$E(x) = 0$$

$$\mathrm{E}(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)$$

$$E(x^2) \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

$$E(x^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}[uv - \int duv$$

$$u = x$$

$$dv = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}[/-xe^{-\frac{1}{2}x^2} \overset{\infty}{\underset{-\infty}{/}} + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx]$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}[0 + \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2} dx$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[\sqrt{2}\sqrt{\pi}\right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[\sqrt{2\pi}\right]$$

$$= 1$$

$$Var(x) = [(x^2) - [E(x)]^2$$

$$Var(x) = 1 - (0)^2$$

$$Var(x) = 1$$

$$M_x(t) = E[e^{tx}] = \int_x e^{tx} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x e^{tx} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x e^{tx-\frac{1}{2}x^2} dx \quad \dots\dots\dots\dots (*)$$

$$tx - \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}(x^2 - 2tx) = -\frac{1}{2}(x^2 - 2xt + t^2 - t^2)$$

$$= -\frac{1}{2}[(x-t)^2 - t^2] = \frac{1}{2}(x-t)^2 + \frac{1}{2}t^2 \quad \dots\dots\dots\dots (**)$$

$$= \frac{e^{\frac{1}{2}t^2}}{\sqrt{2\pi}} \int_x e^{-\frac{1}{2}(x-t^2)} dx$$

$$= e^{\frac{1}{2}t^2}$$

$$\therefore M_x(t) = e^{\frac{1}{2}t^2}$$

مثال/ $let\ \ x \sim f(x) = \sum_{0}^{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}} \quad \begin{matrix} -\infty < x < \infty \\ 0.w \end{matrix}$

$x \sim (M, \sigma^2) \rightarrow x \sim (0,1)$

$E(x) = M = 0$

$Var(x) = 1$

$M_x(t) = e^{\frac{1}{2}t^2}$

الفصل الثاني

توزيع مربع كاي

تعريف : هو حالة خاصة من توزيع كاما عندما $\beta = 2$ $\alpha = \frac{r}{2}$ حيث r تسمى درجة حرية التوزيع $r > 0$

يقال للمتغير العشوائي X *بأن يتوزع توزيع مربع كاي اذا كنت*

$$f(x,r) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{r}{2}\right).2^{\frac{r}{2}}}} x^{\frac{r}{2}-1} e^{-x^2} \qquad 0 \le x \le \infty$$

$$E(x) = r$$

$$m_x(t) = (1-2t)^{-\frac{r}{2}}$$

$$\bar{M}_x(t) = -\frac{r}{2}(1-2t)^{\frac{-2r-2}{2}}.2$$

$$\bar{M}_x(t) = r(1-2t)^{-\frac{(r+2)}{2}} \dots\dots\dots\dots (*)$$

$$\bar{M}_x(0) = r(1-2(0))^{-\frac{(r+2)}{2}}$$

$$\bar{M}_x(0) = r(1)^{-\frac{(r+2)}{2}}$$

$$\bar{M}_x(0) = r$$

$$\therefore E(x) = r$$

$$E(x^2) = r(2+r)$$

$$\bar{M}_x(t) = r(1-2t)^{-\frac{(r+2)}{2}}$$

$$\bar{\bar{M}}_x(t) = r\left(\frac{-(r+2)}{2}\right)(1-2t)^{-\frac{(r+2)-2}{2}}.2$$

$$= r(r+2)(1-2t)^{\frac{-r-4}{2}}$$

$$\bar{\bar{\bar{M}}}_x(0) = r(r+2)(1-2(o))^{\frac{-r-r}{2}}$$

$$\bar{\bar{\bar{M}}}_x(0) = r(r+2)(1)^{\frac{-r-4}{2}}$$

$$\bar{\bar{\bar{M}}}_x(0) = r(r+2)$$

$$E(x^2) = r(r+2)$$

$$Varx = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$Varx = r(r+2) - (r)^r$$

$$Varx = r^2 + 2r - r^2$$

$$Varx = 2r$$

$$M_x(t) = (1-2t)^{-\frac{r}{2}}$$

$$E(e^{tx}) = \int_0^\infty e^{tx} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)} 2^{\frac{r}{2}}} x^{\frac{r}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)} 2^{\frac{r}{2}}} \int_0^\infty e^{tx} x^{\frac{r}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)} 2^{\frac{r}{2}}} \int_0^\infty e^{tx-\frac{x}{2}} x^{\frac{r}{2}-1}\, dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)}2^{\frac{r}{2}}}\int_0^\infty e^{\left(t-\frac{1}{2}\right)}x^{\frac{r}{2}-1}dx$$

$x = \frac{u}{1-2t}$ نفرض

$$dx = \frac{1}{-2t}du$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)}2^{\frac{r}{2}}}\int_0^\infty \left(\frac{u}{1-2t}\right)^{\frac{r}{2}-1}\left(e^{\frac{-u}{2}}\right)\left(\frac{du}{1-2t}\right)$$

$$= \frac{1}{(1-2t)^{\frac{r}{2}-1}(1-2t)}\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)}2^{\frac{r}{2}}}u^{\frac{r}{2}-1}e^{-\frac{4}{2}}du$$

$$= \frac{1}{(1-2t)^{\frac{r}{2}}}$$

$$= (1-2t)^{-\frac{r}{2}}$$

$let\ x \sim f(x) = \frac{1}{4}xe^{-\frac{x}{2}} \quad x > 0$

$a)\ defin\ e\ f(x)$

الحل

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)}2^{\frac{r}{2}}}x^{\frac{r}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}} \quad x > 0$$

$r = 4$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)} 2^{\frac{4}{2}}} x^{\frac{4}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} \qquad x > 0$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2)} 2^2} x^{2-1} e^{-\frac{x}{2}}$$

$$f(x) = \frac{1}{4} x e^{-\frac{x}{2}} \qquad x > 0$$

$b)$ *find* $E(x)$ *and* $E(x)^2$ *and varice and* $m.g.f$

$$E(x) = r \rightarrow \quad E(x) = 4$$

$$E(x^2) = r(r+2) \rightarrow E(x) = 4(4+2) \rightarrow E(x) = 24$$

$$Var(x) = 2r \rightarrow Var(x) = 2(4) \rightarrow Var(x) = 8$$

$$M_x(t) = (1-2t)^{-\frac{4}{2}}$$

$$M_x(t) = (1-2t)^{-\frac{4}{2}}$$

$$M_x(t) = (1-2t)^{-2}$$

[2 – 2] استخدامات توزيع مربع كاي

1– اختيار فيما اذا كان تباين مجتمع طبيعي مساوٍ بقيمة معطاه مثل σ_0^2

2– اختيار حسن المطابقة اي اختيار الفرضية الفاضلة بأن قياسات عينة عشوائية قد سحبت من المجتمع ذي توزيع احتمالي معين

3–اختيار الاتسقالية بين صفات او ما يسمى في بعض الاحيان اختيار جداول التوافق .

4–اختيار تجانس عدة تغيرات مستقلة لتباين المجتمع σ^2

5– اختيار تجانس عدة تغيرات مستقلة لمعامل الارتباط في المجتمع .

6– اختيار وجود ازدواج خطي بين المتغيرات المستقلة في نموذج انحدار خطي متعدد .

7– بناء حدود الثقة لتباين المجتمع σ^2

[2 – 3] اختبارات مربع كاي

[2 – 3 – 1] اختبار يتعلق (بالنسبة) لتوزيع ذي الحدين :

وتتضمن الفرضية هنا مقارنة نسبة توزيع ذي الحدين (P) بقيمة معينة اي $H_0 = p = p_0$

فاذا كان y هو عدد من في العينة ذات الحجم n فأن عدد مرات الفتل سيكون

(n–y) ، كذلك سيكون عدد النجاح المتوقع هو np_0 ، وعدد الفشل المتوقع هو $n(1 - p_0)$ وبذلك تكون

$$x^2 = \frac{(y - np_0)^2}{np_0} + \frac{((n - y) - nq_0)}{nq_0} = \sum \frac{(0_i - E_i)^2}{E_i}$$

هي قيمة من قيم المتغير العشوائي في x^2 الذي توزيه يقترب من توزيع x^2 بدرجة حرية $v = 1$ عندما تكون فرضية العدم صحيحة

واذا كان مستوى المعنوية = α

والفرضية البديلة هي $H_i: p \neq p_0$ فأن منطقة الرفض هي $x^2 \geq x^2_{(\alpha,1)}$

اما اذا كانت البديلة هي $H_1: p > p_0$ او $H_1: p < p_0$ فأن منطقة الرفض هي $x^2 \geq x^2_{(2\alpha,1)}$

ومن الجدير بالذكر هو ان مربع كاي x^2 لدرجة حرية واحدة هو عبارة عن مربع Z ، وان القيمة الجدولية ل x^2 تحت مستوى احتمال α هي بعض القيمة الجدولية ل Z تحت مستوى احتمال $\frac{\alpha}{2}$ اي ان $Z^2_{\frac{\alpha}{2}} = x^2_{(\alpha,1)}$

مثال1/ اذا كانت نسبة الاناث الى الذكور في مدينة ما هي 1:8 (8 من اناث الى ذكر واحد) وبعد عشر سنوات اخذت عينة عشوائية مؤلفة من 2,50 شخص فكان عدد فيها 68 هل تغيرات هذه النسبة بعد هذه المرة ؟ استعمل مستوى احتمال 1%

الحل/

النسبة 1:8 تعني النسبة الذكور $p = \frac{1}{9}$

1) فرضية العدم : $H_0 : p = \frac{1}{9}$

2) الفرضية البديلة : $H_1 : p \neq \frac{1}{9}$

3) مستوى الاحتمال : $\alpha = 0.01$

4) منطقة الرفض : $x^2 \geq x^2_{\alpha,1} = x^2_{0.01,1} = 6.63$

5) المختبر الاحصائي $y = 68$

$$n - y = 450 - 68 = 382$$

$$np_0 = (450)^{\frac{1}{9}} = 50$$

التكرار المتوقع من الاناث : $n_{90} = (450)\frac{8}{9} = 400$

$$x^2 = \frac{(x - np_0)^2}{np_0} + \frac{((n - y) - b_{90})^2}{nq_0}$$

$$x^2 = \frac{(68-50)^2}{50} + \frac{(382-400)^2}{400} = 7.29$$

6) القرار بما ان x^2 المحسوبة (7.29) اكبر من قيمة x^2 الجدولية (6.63)

لذا ترفض فرضية العدم وعليه فأن النسبة تغيرت

مثال2 / لدراسة صنف الطول في نبات البزاليا اخذت عينة مؤلفة من 400 نبات من الجبل الثاني الناتجة من تزاوج نبات قصير مع نبات طويل نقي فوجد ان بينها 310 نباتاً طويلاً . فصل هذه النتائج مع النسبة 3 طويل : 1 قصير تحت مستوى احتمال (1%)

الحل

عد النباتات الطويلة المشاهدة $y = 310$ عدد الباتات القصيرة

$$n - y = 400 - 310 = 90$$

بما ان النسبة هي 1:3

اي انسبة الطول $\frac{3}{4}$ ونسبة النبات القصير هي $\frac{1}{4}$

1) فرضية العمر : $\mathrm{H}_0 = p = 0.75$

2) الفرضية البديلة : $H_1 = p \neq 0.75$

3) مستوى الاحتمال : $\alpha = 0.01$

4) منطقة الرفض : $x^2 \geq x^2_{\alpha,1}$=6.63

5) المختبر الاحصائي

التكرار المتوقع للنباتات الطويلة هي $\mathrm{n}p_o = 400\left(\frac{3}{4}\right) = 300$

والتكرار المتوقع للنباتات القصيرة هي $nq_0 = 400\ \left(\frac{1}{4}\right) = 100$

$$x^2 \sum \frac{(0_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{(310 - 300)^2}{300} + \frac{(90 - 100)^2}{100} = 1.3$$

6) القرارات بها ان قيمة x^2 المحسوبة (1.33) اقل من قيمة x^2 الجدولية (6.63) لذا تقبل فرضية العدم . اي ان نسبة الطول الى القصر هي 1:3

[2 – 3 – 2] تعريف اختبار حسن المطابقة

يعرف اختبار حسن الموافقة بين التكرار المشاهد والمتوقع يعتمد على حساب :

$$x^2 = \sum \frac{(0_i - E_i)^2}{Ei}$$

حيث ان x^2 هي قيمة من قيم المتغير العشوائي x^2 الذي له توزيع قريب من توزيع مربع كاي .

وان : o_i = التكرار المشاهد ، E_i = التكرار المتوقع

اما الدرجات الحرية فهي

اولاً / $V = k = 1$ اذا كان حساب التكرار المتوقع لا يحتاج الى تقدير معلمات المجتمع من احصائيات العينة

ثانياً ك $V = k - 1 - m$

اذا كان حساب التكرار المتوقع لا يحتاج الى تقدير معلمات المجتمع من احصائيات العينة .

هذا واذا كانت التكرارات المشاهدة قريبة من التكرارات المتوقعة فأن قيمة x^2 ستكون صغيرة مشيراً الى حسن المطابقة وحسن المطابقة يؤديه الى قبول فرضية العدم H_0 مما تقد يتضح بأن هذا الاختبار هو اختبار ذو طرف واحد (طرف يمين * لذا فأن منطقة الرفض لمستوى معنوية α هي $x^2 \geq x^2_{\alpha,v}$

مثال1/ ادعن صاحب بستان ان نسبة الاصابة بمرض معين في احد اصناف التفاح تبلغ 20%وعندما اخذت عينة مكونة من 25 شجرة وجد ان عدد الاشجار المصابة = 6 هل ان ادعانه مقبول على مستوى احتمال 5% .

الحل

1) فرضية العدم : $H_o = p = 0.20$

2) الفرضية البديلة : $H_1 \neq 0.20$

3) مستوى المعنوية : $\alpha = 0.05$

4) منطقة الرفض : $x^2 \geq x^2_{0.05-1} = 3.84$

5) المختبر الاحصائي

	المصابة	عدد النباتات السليمة	المجموع
المتوقع	5=0.20x25	20	25
المشاهد	6	19	25

$$x^2 = \sum \frac{(0_i - E)^2}{E_i}$$

$$x^2_{\alpha,1} = \sum \frac{(6-5)^2}{5} + \frac{(19-20)^2}{20} = 0.75$$

6) القرار

بما ان قيمة x^2 المحسوبة (0.25) تقل عن القيمة الجدولية المناظرة لها (3.84) تحت مستوى احتمال 5% لذا فأننا نقبل فرضية حسن الموافقة اي فرضية العدم لعدم وجود دلائل تشكل في صحة الفرضية .

مثال2/ لو كانت لدينا ارساله لشركة صناعية مكونة من 3 انواع من انابيب الاختبار A , B , C وكان العقر المتفق عليه مع الشركة بأن تكون الانابيب بالنسب التالية لكل نوع A=0.10 و B=0.50 و C=0,40 فلو اخذت عينة عشوائية مكونة من 200 انبوب ولاتي : A=40 و B=70 و C=90 فصل نقل الارسالة ام ترفضها على الاساس الاخلال بالعقد على مستوى 1% ؟

الحل

1) فرضية العدم $H_0: p_1 = 0.10\ ,\ p_2 = 0.50\ , p_3 = 0.40$

2) الفرضية البديلة $H_1: p_1 \neq 0.10\ \ ,\ p_2 \neq 0,50\ , p_3 \neq 0.40$

3) مستوى المعنوية : $\alpha = 0.01$

4) منطقة الرفض $x^2 \geq x^2_{0.01,2} = 9.21$

5) المختبر الاحصائي

	A	B	C
المتوقع	20=10x200	100	80
المشاهد	40	70	90

$$x^2 = \sum \frac{(0_i - E_i)^2}{E_i}$$

$$x^2_{\alpha,2} = \sum \frac{(40-20)^2}{20} + \frac{(70-100)^2}{100} + \frac{(90-80)^2}{80}$$

$$x^2_{\alpha,2} = 30.21$$

6) القرار

ترفض هذه الفرضية لان قيمة x^2 المحسوبة (30.21) زادت على قيمتها الجدولية (9.21) لذا ترفض فرضية العدم لوجود دلائل تشكك في صحتها اي ترفض الارسالية

[2 – 3 – 3] اختبار الاستقلال

لمعرفة العلاقة بين نمط شخصية الطلاب وتعظيمهم لشخص معين . اجرى الباحث دراسة على 400 طالب وكانت البيانات كالاتي :-

لغة عربية	اجتماعيات	لغة فرنسية	لغة إنكليزية	
44	30	6	30	منطوي
36	50	34	120	منبسط

نتبع خطوات الفروض الاحصائية وهي

اولاً / صياغة الفروض

من الواضح وجود متغيران لدى الباحث اولهما نمط شخصية الطالب المذكور له مستويات هما المنبسط والمنطوي

اما المتغير الاخل فهو التخصص المفضل لذا هؤلاء الطلاب يوقع في اربعة مستويات هما :- اللغة العربية ، اللغة الانكَليزية ، والاجتماعيات ، وكذلك اللغة الفرنسية .

يريد الباحث الاستدلال على ما اذا كان المتغير الاول وهو نمط شخصية الطالب يؤثر على تفضيلية للمتخصص بذاته وهو المتغير الثاني او العكس ، ومن هنا ننطلق لصياغة فرض البحث الصغدي والبديل بغرض ان الغرض الصغدي H_0 هو ان المتغيرين مستقران اي لا توجد علاقة بينهما .

وبغرض ان الغرض البديل H_a هو ان المتغيرين غير مستقران اي توجد علاقة بينهما .

ومن هنا نتابع للخطوة التالية في اختبار هذان الصدخين

ثانياً / تحديد الاختبار الاحصائي المناسب

بالنسبة لهذا المثال لدينا مستوى دلالة $\alpha = 0.05$ وبناءً بيانات العينة المكونة من 400 طالب ، سوف نستخدم اختبار مربع كاي x^2 (اختبار الاستقلال) وبناء على هذه البيانات نقوم بالخطوة التالية .

ثالثاً / تحليل بيانات العينة

بأستخدام اختبار مربع كاي للاستقلالية نقوم بحساب الحال من :

- درجات الحرية (DF)
- التكرار المتوقع Expected (Er.c) للمستوى r من المتغير الاول مع المستوى c من المتغير الثاني ، حيث r هو عدد مستويات المتغير الاول (نمط الشخصية) ، c هو عدد مستويات المتغير الثاني (التخصص المفضل)
- القيمة المحسوبة لمربع كاي .
- القيمة الجدولية المعتمدة على مستوى الدلالة ودرجات الحرية

$$Df = (r-1) \times (c-1) = (2-1) \times (4-1) = 1 \times 3 = 3$$

حيث nr : العدد الكلي لمشاهدات العينة عند مستوى c من المتغير الثاني (التخصص المفضل) .

اما n : هو حجم العينة

اذن : نحسب Er,c

$$E_{a,1} = \frac{100 \times 200}{400} = \frac{20000}{400} = 50$$

$$E_{a,2} = \frac{100 \times 40}{400} = \frac{4000}{400} = 10$$

$$E_{a,3} = \frac{100 \times 80}{400} = \frac{8000}{400} = 20$$

$$E_{a,4} = \frac{100 \times 80}{400} = \frac{8000}{400} = 20$$

$$E_{b,1} = \frac{300 \times 200}{400} = \frac{6000}{400} = 150$$

$$E_{b,2} = \frac{300 \times 40}{400} = \frac{12000}{400} = 30$$

$$E_{b,3} = \frac{300 \times 80}{400} = \frac{24000}{400} = 60$$

$$E_{b,4} = \frac{300 \times 80}{400} = \frac{24000}{400} = 60$$

وقد لاحظنا في حسابنا للتكرارات المتوقعة Er,c في الخطوات السابقة اننا اعتبرنا المستوى r لمتغير نمط الشخصية يقم النمطين b,a حيث a هو النمط المنطوي ، b هو النمط المنبسط

بينما اعتبرنا المستوى *c* لمتغير التخصص المفضل يقم اربعة تخصصات مرتبين من 1 الى 4 بداية من اللغة الانجليزية في اليسار الجدول (التخصص رقم 1) واتجاها ليمين الجدول .

الان نحسب القيمة المحسوبة لمربع كاي من القانون

$$x^2 = \sum \frac{(or, c - Er, c)^2}{Er. c}$$

حيث *or,c* و التكرار المشاهد(*observed*) للمستوى *r* من المتغير الاول (نمط الشخصية) مع المستوى *c* من المتغير الثاني (التخصص المفضل)

$$x^2 = \frac{(20-50)^2}{50} + \frac{(6-10)^2}{10} + \frac{(30-20)^2}{20} + \frac{(180-150)^2}{150} + \frac{(34-30)^2}{30} + \frac{(50-60)^2}{60} + \frac{(36-60)^2}{60}$$
$$= 18 + 1.6 + 5 + 28.8 + 6 + 6.53 + 1.67 + 9.6$$
$$= 77.2$$

اي ان قيمة مربع كاي المحسوبة = 77.2

الان نحسب القيمة الجدولية (الحرجة) لمربع كاي عند درجات حرية *Df=3*

ومستوى دلالة *a=0.05*

من جدول اختبار مربع كاي

نجد ان قيمة اختبار الجدولية (الحرجة) = 7.815

اخيراً نتخذ قرار حول الغرض الصغرى :

بما ان قيمة مربع كاي المحسوبة اكبر من قيمة مربع كاي الحرية نفرض الصغرى ونقبل بالغرض البديل والذي ينص على :

توجدعلاقة بين نمط شخصية الطلاب (منطوي ، منبسط) وبين تفصيلهم لتخصص معين اي ان المتغيرين غير مستقران

[2 – 3 – 3 – 1] مان وينتي

فيما يلي مجموعتين من النساء احدهما تعمل في وظيفة والاخرى لا تعمل في وظيفة عليها قياس الاتجاه نحو من المرأة في المساوة مع الرجل بأستخدام اختبار مان دينتي / هل توجد فروق دالة بين المجموعتين في هذا الاتجاه وفقاً للبيانات :

46	43	42	40	37	32	28	22	19	نساء عاملات
39	38	33	31	29	27	21	18	16	نساء غير عاملات

الحل

نتبع الخطوات اختبار الفروض الاحصائية كما يلي :-

1-صياغة الفرض الصغرى والفرض البديلة

نفرضان الفرض الصغرى H_o لا توجد فربين ارنب درجات المجموعتين

ويكون الفرض البديل توجد خروق بين رتب درجات المجموعتين

2-اختيار مستوى المعنوي *a=0.05*

3-اختيار الاختيار الاحصائي المناسب

لدينا مجموعتين غير مرتبطتان (مستقلتان) كما ان منهم كل عينة منها (10 اي اقل من 30) نستخدم اختبار مان دينتي

4-حساب احصاءه الاختبار

أ- لدينا $n_1 = 10 \ , \ n_2 = 10$

ب- نقوم بترتيل الدرجات المعطاة وحساب مجموعة الحديث لكل مجموعة على حدة من خلال الجدول التالي :

نساء عاملات	الترتيب	نساء غير عاملات	الترتيب
19	3	16	1
22	5	18	2
28	8	21	4
32	11	26	6
34	13	27	7
37	14	29	9
40	17	31	10
42	18	33	12
43	19	38	15
49	20	39	16
	$\sum R_1 = 128$		$\sum R_2 = 82$

2) حساب v_1 , v_2 :

$$v_1 = n_1(n_2) - n_1(n_1 + 2) - \sum R_1 = 10(10) + 10(11) - 128 - 82$$

$$v_2 = n_2(n_2) + n_2(n_2 + 2) = \sum R_2 = 100 + 110 - 82 = 128$$

قيمة المحسوبة هي الاصغر من بين V_1 , V_2 وهي 82

اذن القيمة المحسوبة للإحصاء هي :

$V = 82$

5) ايجاد القيمة الحرية ل V من جدول القيم الحرية لمان دينتي عن متون معنوي 0.05 وقيم $n_2 = 10$, $n_1 = 10$ القيم الحرية له V هي *v=28*

6) اتخاذ قرار حول الغرض الصغرى او و الغرض البديل : بما ان قيمة V المحسوبة اكبر من قيمة V الجدولية اذن يقل بالغرض الصغرى الذي ينص على :

لا توجد فروق بين رتب درجات المجموعتين

[2 – 3 – 3 – 2] كروسكال واليس

اهتم باحث بدراسة الفروق بين معلمي التعليم الابتدائية والاعدادية والثانوية وذلك من حيث اتجاهاتهم نحو التلو في اداة الفصل وكانت درجاتهم على مقياس الاتجاه نحو الاداة التسليطيه كالتالي

ابتدائي	52	46	62	48	57	54
اعدادي	66	49	46	53	68	
ثانوي	63	65	58	70	71	73

الحل

1-نقوم بصياغة الفرض الصغرى (الغرض البديل) :

H_0 : لا توجد فروق المعلمين في الاتجاه نحو الاداة التسلطية

H_0 : يوجد فروق بين المعلمين في الاتجاه نحوه الاداة التسلطية

2-تحديد مستوى المعنوية a=0.05

3-امتياز الاختيار الاحصائي المناسب

لدينا 3 مجموعات مستقلة اذن نستخدم امتياز كروسكال واليس

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \times \sum_{k=1}^{k} \frac{R_k^2}{n_k} - 3x(n-1)$$

لايجاد قيم Rk نقسم الجدول التالي

ابتدائي		اعدادي		ثانوي	
الدرجات	الترتيب R_1	الدرجات	الترتيب R_2	الدرجات	الترتيب R_3
52	4	66	13	63	10
46	1	49	3	65	12
62	9	64	11	58	8
48	2	53	5	70	15
57	7	68	14	71	16
54	6			13	17
$\sum R_1 = 29$		$\sum R_2 = 46$		$\sum R_3 = 78$	

من بيانات الجداول نلاحظ ان $n_1 = 6\ ,\ n_2 = 5\ ,\ n_3 = 6$

بينما $n = 17$ الكلية

المحسوبة عند $H = \frac{12}{17(12+1)}\left[\frac{29}{6} + \frac{46^2}{5} + \frac{78^2}{6}\right] - 3(17 = 1) = 7.86$

$n_1, n_2, n_3 = 6.5 \quad a = 0.05 \quad , k = 3$

فأن من جدول كروسكال واليس للقيم الحرجة تكون *h=5-765* الحرجة

بما ان قيمة *H* المحسوبة اكبر من قيمة *H* الحرجة

اذن نفرض الصغرى وتقل الفرض لبديلة والذي ينص على يوجد فروق بين المعلمين

في الاتجاه نحو دلائل التسلطية

المصادر

[1] M. G. Akritas, Pearson-type goodness-of-fit tests: The univariate case, Journal of the

American Statistical Association 83 (1988), 222-230.

[2] V. Bagdonavicius and M. Nikulin, Chi-squared tests for general composite

hypotheses from censored samples, Comptes Rendus Mathematique 349(3) (2011),

219-223.

[3] V. Bagdonavicius and M. Nikulin, Chi-squared goodness-of-fit test for right censored

data, International Journal of Applied Mathematics and Statistics 4(SI-11A) (2011),

30-50.

[5] G. M. Cordeiro, E. M. M. Ortega and S. Nadarajah, The Kumaraswamy Weibull

distribution with application to failure data, J. Franklin Inst. 349 (2010), 1174-1197.

[6] G. M. Cordeiro and M. de Castro, A new family of generalized distributions, Journal

of Statistical Computation and Simulation 81 (2011), 883-898.

[7] Felipe R. S. de Gusmão, M. Edwin, M. Ortega Gauss and M. Cordeiro, The

generalized inverse Weibull distribution, Stat. Papers 52(3) (2009), 591-619.

[8] R. A. Fisher and others, On a property connecting the 2χ measure of discrepancy

with the method of maximum likelihood, Journal of the Royal Statistical Society

87 (1928), 442-449.

[9] H. Goual and N. Seddik-Ameur, Chi-squared type test for the AFT-generalized

inverse Weibull distribution, Communications in Statistics-Theory and Methods

43(13) (2014), 2605-2617.

1- امير حنا هرمز الاحصاء الرياضي 1990