جمهورية العراق

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة القادسية

كلية علوم الحاسوب والرياضيات

قسم الرياضيات التطبيقية

النمذجة الرياضية لانتشار الامراض المعدية

مقدم من قبل الطالب

ليث اركان حسين

نورشاكر جبر

كجزء من متطلبات نيل شهادة البكالوريوس من كلية علوم الحاسوب والرياضيات

الأشراف

أ.م .د حيدر عيال مطر　　　　م. فراس حسين مجهول

1439 هـ　　　　2018م

بسم الله الرحمن الرحيم

اقرأ باسم ربك الذي خلق (1) خلق الإنسان من علق (2) اقرأ

وربك الأكرم (3) الذي علم بالقلم (4) علم الإنسان ما لم يعلم

(5)

صدق الله العلي العظيم

سورة العلق (1-5)

الإهداء

بدأت بأكثر من يد و قاسينا أكثر من هم و عانينا الكثير من الصعوبات و هنا نحن اليوم و الحمد لله نطوي سهر الليالي و تعب الأيام و خلاصة مشوارنا بين دفتي هذا العمل المتواضع الى منارة العلم و للأمام المصطفى الى الأمي الذي علم التعلمين الى سيد الخلق الى رسولنا الكريم سيدنا محمد (ص) الى ينبوع الذي لا يمل العطاء الى من حالت سعادتي بخيوط منسوجة من قلبها الى والدتي العزيزة .

الى من سعى و شقى لأنعم بالراحة و الهناء الذي لم يبخل بشيء من اجل دفعي في طريق النجاح الذي علمني ان ارتقي سلم الحياة بحكمته و اصبر إلى والدي العزيز.

الى من حبهم يجري في عروقي و يلهج في بذكراهم فؤادي الى اخواني و اخواتي .

الى من سرنا سويا و نحن نشق الطريق معا نحو النجاح و الابداع الى من تكاثفنا يدا بيد و نحن نقطف زهرة و تعلمنا الى اصدقائي و زملائي .

الى من علمونا حروفا من ذهب و كلمات من درر و عبارات من أسمى و اجلى عبارات في العلم الى من صاغوا لنا علمهم حروفا ومن فكرهم منارة تنير لنا سيرة العلم و النجاح الى اساتذتنا الكرام

.

الشكر والتقدير

الحمد للّه والشكر للّه العلي القدير والصلاة والسلام على سيدنا محمد وال بيته الطيبين الطاهرين ......

بعد ان اشكر اللّه سبحانه وتعالى في تيسير امرنا في إتمام بحثنا أتقدم بخالص شكري وتقديري الى اساتذتي الافاضل

أ.م. د حيدر عيال مطر و م. فراس حسين مجهول

لم قدموه لي من النصائح والمتابعة العلمية الصادقة التي كان لها الأثر الواضح في إتمام هذا البحث.

كما وأتقدم بالشكر الجزيل الى جميع أساتذة قسم الرياضيات الطبية وادعوا من اللّه عزوجل التوفيق لهم والتقدم في مسيرتهم العلمية.

المحتويات	رقم الصفحة
المقدمة	٦
ألنموذج الرياضي (SIR)	٧
نماذج أخرى على الامراض المعدية	١٢
نماذج رياضيه لأمراض معديه أخرى اكثر تعقيدا	١٢-١٣
أنتشار الأوبئة	١٣-١٤
الموت الأسود في اوربا ١٣٤٧-١٣٥٠	١٤
الانتشار المكاني لداء الكلب	١٤-١٥
الاستنتاجات والتوصيات	١٦
المصادر	١٨-١٩

المقدمة

نستطيع ان نعرف الامراض المعدية بانها الامراض التي تنتقل بين الاشخاص المصابين، او انتقالها من مصدر التلوث الى جسم الانسان فلذلك سميت بالأمراض المعدية، حيث انه قد يأخذ الشخص السليم العدوى من شخص اخر مصاب ، او من حيوانات مصابة او من غذاء و مشروبات ملوثة او من فضلات ملوثة . كذلك تكون الاصابة بالعدوى بسبب انتقال الفيروسات او البكتريا او الطفليات الى داخل جسم الانسان حيث تبدأ بنشاطها المرضي مما يظهر علامات و اعراض المرض على المصاب و تسبب الاضرار. تعتمد هذه الطريقة عملياً على تلك النماذج الرياضية استناداً الى حقيقة ممكنه و دافعية و هذا لا يعني ان تتضمن تحليلاً ممكنا للبيانات بل هذه الآلية الرئيسية لفكرة البحث . وكما أوضحت الكثير من التقارير ومنها التقرير الخاص بالصحه في العالم لسنة ٢٠٠٧ هناك أمن صحي وحماية من انتقال الامراض والاوبئه في القرن الحادي والعشرين واصبح أمن الصحه يعتمد في اكثر الدول على التعاون بينها وإرادة جمع البلدان في اتخاذ إجراءات فعاله من اجل التصدي للاخطار الجديده ولك فان الدراسه الحاليه تهدف الى :-

١- تطبيق الكامل لجميع اللوائح الصحيه كما في دول العالم الأخرى

٢- تنشيط التعاون العالمي في مجال الترصد والانذار بحدوث الاوبئه او الامراض المعديه والتصدي لها من حيث توفير المستلزمات الصحيه والوقايه منها

٣- التبادل المعرفي والتكنولوجي للمواد المختبرية وبطريقه متطوره بما يشمل طرق القضاء على الفيروسات واستخدام العينات المختبريه حيث ان ذلك امر لا بد منه لبلوغ المستوى الأمثل من الصحه العالميه المأمونه

النموذج الرياضي (SIR)

يعتبر هذا مؤثر للأمراض بعد تغطيتها و معرفتها مناعياً (التي تتضمن الموتى ، الذين يمتلكون ثابت ساكني)نحن نستطيع تقيم السكان الى ثلاث اصناف حسب النموذج المذكور:.

S: هو متخصص بعطاء المرض .

I: الاصابة ، الذي يعرض المرض و كيفية انتقاله .

R : الازالة او التخلص ، اما بإعادة التغطية و المناعة او العزل او الموت الحزين او السيء

هذا النموذج يمثل مخطط الأثر **الرجعي لانتشار المرض و المخطط التالي** :

$$S \to I \to R$$

ويدعى هذا النموذج بنموذج SIR

دعنا نسمي S(t) ، I(t) ، R(t) **و الاعداد للأعضاء لكل صف نحن الان نعمل معادلة تتعلق** بانتقال فترة الحضانة ، في نفس الوقت هذة الطريقة اذا كانت تفاعل كيمياوي .

١- زيادة عدد الحالات المصابة نسبة اثر المصابين و الذي لديهم حساسية في المرض

RSI **، مع** R>0 . عدد او زيادة حساسية المرض العددي عند نفس النسبة . r هي تسمى نسبة **الاصابة**

٢-نسبة ازالة الاصابة الى صف Rهي نسبياً الى عدد الاصابة فقط **مع** a > 0 . (a) **تسمى نسبة الازالة** زيادة اعداد الازالة عند نفس النسبة .

٣- وقت الحضانة هو ملائم للعينات المأخوذة وسوف تكون الحساسية للمرضى قوية ولذا سوف يصبح جسم المريض مصاب بتلك الحساسية .

وبهذه المعادلة السابقة تخلط (مزح) السكان حيث كل زوج من الافراد يمتلك نفس الاحتمالية في الوصول ، نحن نستطيع كتابة نموذج الآتي ، الذي يعني نموذج حقلي

$$\frac{d}{d} = -r.$$

$$\frac{d}{d} = r. \quad - a$$

$$\frac{d}{d} = a$$

نكمل صياغة المعادله حسب معطيات الظروف الاولية المناسبة :-

$S(0) = S_0 > 0$ ، $I(0) = I_0 > 0$ ، $R(0)=0$

ثم تأمين او حفظ $N = S+I+R$ تلقائيا بواسطة المعادلات هذا نموذج بسيط جداً، لكن يمكن اشتقاق بعض الاستنتاجات المهمة و العامة و المتمثلة بإعطاء I_0, S_O, a_0, r فيما اذا كانت العدوى سوف تنتشر اولاً . واذا كان الحدوث مؤكد ، كيف سوف تتطور العدوى في الوقت المناسب و متى تبدأ في الانخفاض كما في المعادله الاتيه :-

$$\frac{d}{d}|(t = 0) = I_o(rs_o - a) >< 0 \text{ if } S_o >< \frac{a}{r} = p$$

والشكل الاتي يمثل شرط المعادله أعلاه $ds/dt \leq 0$ ، ثم لدينا شرط اخر وهو $S < S_0$ ، $S_0 < P$ والشرط ألاخير هو

$$\frac{d}{d} \leq 0 \quad \text{For } a \quad t \geq 0$$

نستنتج من هذه الحالة ، عدد المصابين يرمز له بالرمز I_0 و يذهب الى الصفر مع مرور الوقت الى ما لانهاية .

من ناحية أخرى نستنتج انه اذا **كان** $S_0 > P$ **و ثم** $I(t)$ يبدأ بالزيادة ونستنتج بان هناك وباء **واذا كان** $S_0 > Sc = P$ و هناك وباء سوف يحدث في تلك المنطقه

في حين اذا كان $S_0 < Sc$ **لا** يوجد .

$P =$ هو معدل **الازالة** النسبية .

$R_0 = rs_0 / a$ هو معدل انتشار **العدوى**

$1/a$ هو متوسط فترة العدوى

وبالنتيجة يمكننا استخلاص نتيجة مهمه أخرى

$$\frac{dI}{ds} = \frac{dI}{dt} \cdot \frac{d}{d}$$

$$= \frac{rst - aI}{-rst} = \frac{-I(rs - a)}{rst}$$

$$\frac{d}{d} = -\frac{I(r. - a)}{r:} = -1 + \frac{\rho}{s} \ , (I \neq 0)$$

وعند دمج هذة المعادلة **مع** (I,S) يكون لدينا مسار رياضي اخر

$I + S - \rho \ In\ S = Constant = I_0 + S_0 - P \ln S_0$

ان هذة المسارات لها حدود عليه ودنيا من النظام $(I0S)$ فلذلك سوف يتوفر لدينا نموذج رياضي لمعرفة مدا انتشار الوباء وذلك من خلال إيجاد الحد الأقصى للانتشار I_{max} :-

$I_{max} = N - p + p \ln (\frac{\rho}{S})$

وأخيرا لابد ان نذكر معادلة إزالة الشرط فيها وهو كالاتي :-

$$\frac{d}{d} = -\frac{S}{\rho}$$

$$S = S_o \exp[-R/\rho] \geq \exp[-N/\rho] > 0$$

$$0 < S(\infty) \leq N$$

وفي هذا الشرط يكون $0 < S(\infty) < \rho$. و منذ ذلك الحين $I(\infty) = 0$ لدينا هذا

$$R(\infty) = N - S(\infty)$$

و بالتالي :-

$$S(\infty) = S_o \exp[-\frac{R(\infty)}{\rho}] = S_o \exp[-\frac{N - S(\infty)}{\rho}]$$

وهي معادلة يمكن العثور عليها **بأستخدام الجذر** الإيجابي لها . لان حيث يمكننا حساب العدد الإجمالي للأشخاص المصابين **بالوباء** .

$$I\ total = I_o + S_o - S(\infty)$$

ان النتيجة النهائية لهذه الدراسة هي الشرط التالي $I(t) \to 0$ ، $S(t) \to S(\infty) > 0$ هو ان **المرض** يزال **بسبب نقص العدوى** ان الانتشار يكون بشكل غير محدد ليصيب جميع السكان لذلك سوف يكون الحصول على المرض بصوره تدريجيه . **و**هناك ملاحظة عامة اخرى هي ان هذا العمل يرتبط ارتباطاً مباشرة بمعدل الازالة النسبية ρ لمرض معين و الازالة النسبية يختلف مع المجتمع و يحدد لماذا وباء من مرض معين يمكن ان يحدث في مجتمع معين وليس في اخر فمثلا القابليه الفعاله لكل شخص في استقبال المرض ثم من المرجح ان يحدث وباء و يمكن ان تكون عاليه **اذا كان** المرض خطير جداً و يقتل المصابين **بسرعة مثل** EBOLA في هذة الحالة من غير المحتمل حدوث وباء في الحياة الحقيقية فمن الصعب ان نعرف كم عدد الأشخاص المصابين **بالعدوى** الجديدة **في** كل يوم .وهناك حالات يمكن عدها لكي يكون النموذج حقيقي، نحن يجب ان تكون لدينا

معرفة بالأرقام المزالة لكل جزء /وحدة في كل مرة، وتدعى dr/dt وعندها سوف نحصل على المعادلة التالية :-

$$\frac{dR}{dt} = aI = a(N - R - S) = a(N - R - S_o \exp\left[\frac{R}{\rho}\right])$$

مع العلم ان المؤشرات تعتبر سهلة في الحساب العددي . ولحسن الحظ ان المؤشرات هي نادرا معروفه و مناسبة على ان يتم مناقشة وباء معروف في الوصف بواسطة هذا النموذج .

ومن الناحية العملية، *R/P* هو قيمه صغيره يكون الوباء كبير ،واذا كانت الوباء صغيرا جدا نستطيع رفع الاسس حتى نجد الاتي

$$\frac{dR}{dt} = a[N - S_o + \left(\frac{S_o}{\rho} - 1\right)R - \frac{S_o R^2}{2\rho^2}]$$

هذة المعادلة تقريبا نستطيع من خلالها تكملة و اعطاء ما يلي

$$R(t) = \frac{\rho 2}{S_o}[\left(\frac{S_o}{\rho} - 1\right) + \alpha \tan h\,(\frac{\alpha}{2} - \emptyset)]$$

حيث :.

$$\alpha = \left[\left(\frac{S_o}{\rho} - 1\right) + \frac{2s_o(N - S_o)}{\rho 2}\right]½$$

وتكون قيمة

$$\emptyset = \frac{\tan h(\frac{S_o}{\rho} - 1)}{\alpha}$$

ومن هذا فان نسبة الازالة يتم الحصول عليها من المعادلة الأتية :-

$$\frac{d}{d} = \frac{a\,\alpha^2\,\rho^2}{2S_o}\ S \quad h2\ (\frac{\alpha\ a\ t}{2} - \emptyset)$$

وهناك ثلاث مؤشرات، $ax^2\rho/2S_o$، ax، $\emptyset$

نماذج أخرى على الأمراض المعدية

أولا - وباء طاعون مومباي 1905

استمر هذا الوباء عام واحد تقريباً حيث توفي معظم المصابين بهذا الوباء . نحن نستطيع ان نحسب نسبة الازالة بصورة ملائمة الى نسبة الاصابه . لم يكن هذا الوباء شديداً (مقارنة بحجم السكان). وهذا هو النموذج الاصلي *SIR* الذي قام به العالم *Kermak , Mckendrick* في عام *1927* .

ثانيا - الأنفلونزا الوبائية في المدرسة الانكليزية *1978*

حدث هذا الوباء في المدرسة الانكليزية الداخلية لمجموعة من الاولاد عددهم *763* طالب ، و كان هذا الوباء (الانفلونزا) قد اصابهم من تاريخ *22/* كانون الثاني الى *4/* شباط سنة *1978* .

العدد الكلي من الاولاد كان *512* كانوا قد وضعوا على الاسرة في المستشفيات خلال هذا الوباء ، وهذا يبدو قد انتقلت العدوى من ولد واحد . و هنا نلاحظ ان الوباء شديد و نحن لا نستطيع معرفة مدى شدته تقريباً . ولدينا قيمة *I(t)* مباشرة من البيانات ، و ان تكون متلائمة عددياً لذلك .

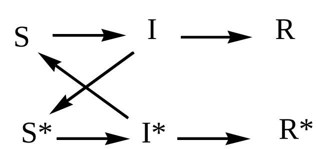
نماذج رياضيه لامراض معديه اخرى اكثر تعقيداً

اذا كان المرض قد حدث خلال مدة ليست قصيرة ثم حدثت تغيرات عديدة تحتاج الى عمل نموذج *SIR* . ولكي تبدأ بذلك يجب معرفة اعداد الولادات و الاماته التي تكون ضمن معادلة تسمى معادلة الاصابات . مصطلح الاماته المتعادل يمتلك اضافة الى المعادلة ل الاصناف المزالة و المصابة . ويمكن ان تظهر النماذج الناتجة من سلوك تذبذبي يسمى الموجات الوبائية حيث يمكن ان تظهر الموجات الأوبئة جغرافيا و ينتشر الوباء بين السكان .

قد يحدث المرض في وقت الحضانة عندما تصبح الاصابة متخصصة ولكنها ما تزال غير معدية . وان فترة الحضانة لمرض الحصبة على سبيل المثال هي 8-13 يوم . اما مرض الايدز من ناحية اخرى قد يكون في اشهر قليلة او اشهر عديدة .

اخيرا العمر هو في كثير من الاحيان يعتبر مهم في قابلية المرض و العدوى . وان النموذج يصبح بنظام تفاضلي جزئي مع المتغيرات المستقلة للوقت و العمر . و هنالك العديد من التحويرات التي يمكن ادراجها في نماذج وبائية .وهي تعتمد بشكل اساسي على المرض و سوف نذكر باختصار بعض تلك التحويرات . ومن ناحيه أخرى يمكن استخدامها في مجال اخر هو الامراض التي تنتقل عن طريق الجنس و الذي يمتلك مميزات عديدة تجعله مختلف عن الامراض الاخرى و على سبيل المثال وفي كثير من الأحيان ان الحامل للمرض يكون غير متناظر حتى وقت قصير جدا في تطور المرض (الايدز او الكلاميديا و التي تنتج العقم بالنساء دون ان تظهر اعراض اخرى) .وكذلك الامراض التي تنتقل عن طريق الجنس تكون ذو مناعة قليلة او عديمة المناعة بعد الاصابة و الازالة و تكون لها القابلية على العودة مرة اخرى .

ويمكن وضع نموذج بسيط الى حد كبير لمرض السيلان حيث يكون السكان متغايرين من اجناس مختلفة و مختلطة . نستطيع وضع مخطط لذلك :-



أنتشار الأوبئة

لابد من ذكر النموذج المستخدم في هذة الدراسة و الذي يكون **ذو صلة مباشرة بانتشار** الامراض المعدية و لا يستخدم فقط في انتشارالاوبئه و انما يستخدم في ظواهر اخرى و لها اهمية اجتماعية مثل استخدام الاعلانات المظللة او الخاطئة و الشائعات السلبية و العادات المعدية مثل تعاطي المخدرات و غيرها .

لذلك نحن نعتبر نموذج SIR من النماذج البسيطة حيث افترض ان مجموعة السكان يتكون من فئتين او صنفين .

١- العدوى $I(x , t)$

٢- المتغير $S(x , t)$

حيث ان **ل** x متغير و t هو **الوقت** .

و كذلك كلا الصنفين يمتلكان نفس معامل الانتشار D

نستطيع الان كتابة المعادلة الاتيه للنموذج :-

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -rIS + D\nabla^2 S$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = rIS - aI + D\nabla^2 I$$

حيث D , r , a ثوابت ايجابية .

ولذلك هناك معادلات لنموذج SIR **مع اضافة عامل** الانتشار للمرض حيث يمكن كتابة النموذج **على النحو التالي** :.

$$\frac{\partial}{\partial} = -I\ + \frac{\partial^2 S}{\partial\ ^2}$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = IS - \gamma I + \frac{\partial^2 I}{\partial X^2}$$

بهذا يكون لدينا مؤشر مفرد $\gamma = a/r_{\circ}$

ان معدل تكرار هذا المرض هو $\frac{1}{\gamma}$

ولهذا النموذج يمكن تحليل الظروف التي تؤكد وجود الامواج المستمرة ، و التي سوف تتمثل بأمواج وبائية منتشرة في السكان .

ويمكننا البحث عن الموجات بواسطة :

$$I(x,t) = I(Z)\ ,\qquad S(x,t) = S(Z)\ ,\ \ Z = X - ct$$

حيث ان c هي سرعة الموجة .

تحل محل ذلك نحن لدينا .

$$I'' + cI' + I(S-\gamma) = 0\ ,\ S'' + cS' - IS = 0$$

الموت الاسود في اوروبا 1350 – 1347

هو الفاجعة الكارثية بسبب مرض الطاعون في القرن الرابع عشر و التي يجب ذكرها **كمثال** على انتشار الاوبئة و الامراض المعدية و هو ما يسمى بالموت الاسود كما كان معروفا ويتسبب بواسطة بكتريا Bacillus Pestis .

هذا المرض انتشر في ايطاليا في ديسمبر و الذي **جاء عن** طريق البحر من الشرق السنوات، **وانتشر في اوروبا. و حوالي ربع للسكان توفوا و** 80% اصيبوا وبعد 2 **الى**3 ايام توفى المصابون .

وبدأ وباء الطاعون في الصين عام 1850 و استمر حتى عام 1959 وتسبب في مقتل اكثر من 13 مليون نسمة .

الانتشار المكاني لداء الكلب

داء الكلب هو مرض واسع جدا ومن الاوبئة الشائعة و خلال السنوات العديدة الماضية كان هنالك وباء دوري في اوروبا والذي نشأ في بولندا في 1939 و كان هذا الوباء يتحرك غربا في حوالي 60 – 30 ميل/سنة

وان الثعلب الاحمر هو الناقل الرئيسي والذي يؤثر على العديد من الثدييات بما في ذلك الخفافيش. وهنالك ايضا موجة وبائية في الساحل الشرقي لأمريكا.

الاستنتاجات و التوصيات

الاستنتاجات /

١- تم ملاحظة انتشار الامراض المعدية بسبب البيئة الملوثة في العراق .

٢- ان النماذج الرياضية يكون لها دور عملي في صياغة البحث العملي .

التوصيات/

١- نوصي بقيام العديد من البحوث الرياضية العلمية في تلك المجالات .

٢- نوصي الباحثين على اجراء مثل هكذا بحوث تخص الامراض المعدية و الوقاية منها .

الخاتمة

من بين طيات هذا العمل نرجو من الله العلي العظيم ان يتقبله منها خالصا لوجهة الكريم وان تكون قد وفينا الحق في تقديمه كمرجح لموضوع

(النمذجه الرياضة لانتشار الامراض المعدية)

وان ينفع طلاب به وان يجمعنا ممن بلغنا عن رسول (ص) ولو بأية واخر دعوانا ان الحمد لله رب العالمين و الصلاة و السلام على اشرف الخلق و المرسلين.

References

[1] Murray, J. D., Mathematical biology (Springer. Berlin, 1993).

[2] H. W. Hethcote, The mathematics of infectious diseases, SIAM Review 42, 599(2000) .

[3] F. C. Hoppensteadt, Mathematical method in population biology (Cambridge University Press, Cambridge, 1982).

[4] R. M. Anderson(ed.). Population dynamics of infections diseases: Theory and applications (Chapman and Hall, London, 1982).

[5] D. J. Watts, Small Worlds (Princeton University Press, Princeton, 1999).

[6] R. Albert and A.-L. Barabási. Statistical mechanics of complex network, Cond-mat/ 0106096 (2001) .

[7] M. E. J. Newman, Models of the small world: A review, Cond-mat/0001118 v2 (2000) .

[8] M. Kuperman and G. Abramson, Small world effect in an epidemiology-ical model, Phys. Rev. Lett. 86. 2909 (2001).

[9] R. Pastor- Satorras and A. Vespignani, Optimal immunization of complex networks, Cond-mat/0109273 (2001).

[10] D. H. Zanette and M. Kuperman, Effects of immunization in small-world epidemics, Cond-mat/0109273 (2001).

[11] D. H. Zanette, Dynamics of rumor propagation on small-world networks, Cond-mat/01103324 (2001) . D. H. Zanette, Critical behavior of propagation on small- world networks, Cond-mat/0105596 (2001) .

[12] R. Pastor- Satprras and A. Vespignani, Epidemic spreading in scale-free networks, Phys, Rev. Lett. 86, 3200 (2001).

[13] Z. Dezso and A. L. Barabási, Can we stop the AIDS epidemic? , Cond-mat/0107420 (2001) .