وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة القادسيـــــــة

كلية علوم الحاسبات وتكنلوجيا المعلومات

قسم الرياضيات الطبية

التطبيقات الرياضية لعلم الوراثة المندلية

بحث مقدم إلى كلية علوم الحاسوب وتكنلوجيا المعلومات – قسم الرياضيات الطبية

كجزء من متطلبات نيل شهادة البكالوريوس

البحث مُـعـد من قبـل الطالبيـن

منتظر عبد السلام حيدر محمد مخيف

تحت إشراف

د. حيدر عيال مطر م. عبد الله حسن مهدي

2017-2018

بسم الله الرحمن الرحيم

لَا يُكَلِّفُ اللَّهُ نَفْسًا إِلَّا وُسْعَهَا ۚ لَهَا
مَا كَسَبَتْ وَعَلَيْهَا مَا اكْتَسَبَتْ ۗ رَبَّنَا لَا تُؤَاخِذْنَا إِنْ نَسِينَا أَوْ أَخْطَأْنَا ۚ رَبَّنَا وَلَا تَحْمِلْ عَلَيْنَا إِصْرًا كَمَا حَمَلْتَهُ عَلَى الَّذِينَ مِنْ قَبْلِنَا ۚ رَبَّنَا وَلَا تُحَمِّلْنَا مَا لَا طَاقَةَ لَنَا بِهِ ۖ وَاعْفُ عَنَّا وَ إِغْفِرْ لَنَا وَارْحَمْنَا ۚ أَنْتَ مَوْلَانَا فَانْصُرْنَا عَلَى الْقَوْمِ الْكَافِرِينَ

صدق الله العلي العظيم

سورة البقرة / آية ٢٨٦

كلمة شكر وتقديـــر

أشكر الله العلي القدير الذي أنعم عليَّ بنعمة العقل والدين. القائل في محكم التنزيل :

"وَفَوْقَ كُلِّ ذِي عِلْمٍ عَلِيـــمٌ"

صدق الله العلي العظيم

سورة يوسف آية ٧٦

وقال رسول الله (صلي الله عليه وآله وسلم) : "من صنع إليكم معروفاً فكافئوه ، فإن لم تجدوا ما تكافئونه به فإدعوا له حتى تروا إنكم كافأتموه "

صدق رسول الله

أتقدم بجزيل الشكر لأولئك المخلصين الذين لم يألوا جهداً في مساعدتنا في مجال البحث العلمي، وأخص بالذكر كادر قسم الرياضيات الطبية وعلى مقدمتهم رئيس القسم **أ.م.د. ضياء غازي صالح** وكذلك **د. حيدر عيال مطر** الأستاذ المشرف على البحث والذين لهم الفضل في توجيهي ، فجزاهم الله كل خير.

وأخيراً ، أتقدم بجزيل شكري إلي كل من مدوا لي يد العون والمساعدة في إخراج هذا البحث على أكمل وجه.

الإهـــــداء

أهدي هذا العمل المتواضع إلى أبي الذي لم يبخل علي يوماً بشيء

وإلى أمي التي زودتني بالحنان والمحبة

وأقول لهم:

أنتم وهبتموني الحياة والأمل والنشأة على شغف الاطلاع والمعرفة

وإلى إخوتي وأسرتي جميعاً

ثم إلى كل من علمني حرفاً أصبح سنا برقه يضيء الطريق أمامي

المحتويـــات

سورة البقرة / آية ٢٨٦.	ص ٢
كلمة شكر وتقدير	ص ٣
الإهداء	ص ٤
المحتويات	ص ٥
الخلاصة	ص ٦
المقدمة	ص ٧
الفصل الأول (دراسة عن الكروموسومات)	ص ٨
الفصل الثاني (الصفات المتعلقة بالجنس)	ص ١٧
المصادر	ص٢٢

الخلاصـــــــــة

يشتمل البحث فصلين تم التطرق في أولهما الى دراسة الكرورموسومات البشرية وفي آخرهما الى دراسة الصفات التي تتعلق بالجنس ويوضح البحث في صفحاته عدة مواضيع منها تكوين طرازين جينين محتملين وتوضيح التزاوج الهجين ونتائج التزاوجات للأنواع المختلفة وتشكيل أزواج الجينات في البويضات الملقحة والطرازات الجينية لمولودة أنثى للأنواع المختلفة من التزاوجات والتكرارات الجينية للمواليد الإناث وغيرها من المواضيع.

المقدمـــــة

توجد تطبيقات عديدة لطرق العد المختلفة ، ولنظرية الاحتمالات بصورة عامة ، في مجال الوراثة اي فرع العلوم الذي يبحث في انتقال صفات الكائن الحي من جيل الى آخر في هذا البند سوف نتعرض لعدد قليل من هذه التطبيقات.

المعلومات التي تحدد بنية كل كائن حي تخزن في عناصر تسمى الكروموسومات ***Chromosomes*** وتوجد في كل خلية من خلايا الكائن الحي.

بإستثناء الخلايا الجرثومية التناسلية (أي الحيوانات المنوية للذكر والبويضات للأنثى) ، تحتوي كل خلية على مجموعة من الكروموسومات مطابقة في كل خلية أخرى. فعلى سبيل المثال ، في الإنسان (الجنس البشري) ، تحتوي كل خلية على ست وأربعون كروموسوماً. وفي العادة ، عندما تنقسم أي خلية الى خليتين جديدتين ، فإن كل واحدة من الخلايا الجديدة تحتوي على ست وأربعون كروموسوماً تكون صورة طبق الأصل من الست والأربعون كروموسوماً التي كانت موجودة بالخلية الأم.

الشذوذ عن هذا يحدث عند تكوين الخلايا الجرثومية.

في الخلايا العادية للكائن الحي تتواجد الكروموسومات كأزواج (من كل نوع زوج) ، وعندما تنقسم خلية لتعطي خليتين جرثوميتين ، يدخل واحد فقط من كل زوج من الكروموسومات كل من الخليتين الجرثوميتين الناتجتين إذن ، على سبيل المثال ، يحتوي كل من الحيوان المنوي والبويضة في الإنسان على ثلاث وعشرون كروموسوماً. عندما يحدث الإخصاب يتحد الحيوان المنوي والبويضة ، ومرة أخرى نجد إن البويضة الملقحة الناتجة تحتوي على ست وأربعون كروموسوماً بالضبط.

وعندما تنقسم هذه الخلية وتنمو مكونة جنيناً فإننا نجد إن كل خلية من خلايا هذا الجنين تحتوي صورة طبق الأصل من الست والأربعون كروموسوماً الموجودة بالبويضة الملقحة وهذه الكروموسومات هي التي تحدد الصفات الوراثية للكائن الحي الجديد.

وحيث إن ثلاث وعشرون كروموسوماً من هذه الكروموسومات جاءت من كل من الوالدين فإن الجنين سيكون له خليط من الصفات التي ورث بعضها من أحد الأبوين والبعض الآخر من الآخر.

الفصل الأول ((دراسة عن الكروموسومات)) :

إعتبر كائن حي تحوي كل خلية من خلاياه n من أزواج الكروموسومات (n = 23 للأنصاف) ودعنا نحسب عدد الخلايا الجرثومية المختلفة التي يمكن تكوينها بإستخدام كروموسومات أي شخص.

لأي زوج من الكروموسومات يوجد إختيارات للكروموسوم المعين الذي سيدخل الخلية الجرثومية وحيث أنه يوجد n من أزواج الكروموسومات ، فإن عدد طرق إختيار n كروموسوم في الخلية الجرثومية يعطى بحاصل الضرب :

$2.2.....2 = 2^n$ (n = عدد من المرات)

فعلى سبيل المثال ، كل إنسان يملك القدرة على إنتاج ٢٣ نوعاً مختلفاً من الحيوانات المنوية أو البويضات.

الجهاز التناسلي للذكر يمكنه إنتاج ترتيبات مختلفة للكروموسومات عددها 2^n في حيواناته المنوية والجهاز التناسلي للأنثى يمكنه إنتاج ترتيبات مختلفة للكروموسومات عددها 2^n في بويضاتها.

عدد الترتيبات الكروموسومية المختلفة في البويضة الملقحة كنتيجة للجماع بين ذكر وأنثى يساوي إذن :

$2^n \times 2^n = 2^{2n}$

فعلى سبيل المثال ، أي رجل وإمرأة قادرين على إنتاج 2^{46} ترتيبات كروموسومية مختلفة في ذريتهم.

هذا العدد كبير جداً بالطبع (حوالي 7×10^{13}) . هذا التنوع الكبير في الأنواع المحتملة لكروموسومات النسل هو الذي يعطي التكاثر التزاوجي ميزته الإرتقائية عن التكاثر اللاتزاوجي.

المعلومات الوراثية المحتواة في الكروموسومات تختزن في جزيئات طويلة من حامض ***DNA*** (***Deoxyribonucleic Acid***). يتكون جزيء الـ ***DNA*** من عمود فقري طويل على شكل لولب كريك و واتسون (***Crick and Watson***) الشهير ، موزعة على إمتداده شرائط من وحدات كيميائية تسمى النيوكليوتيدات.

توجد أربع أنواع من النيوكليوتيدات هي :

الأدينين ***Adenine*** ، السيتوزين ***Cytosine*** ، الثايمين ***Thymine*** ، والجوانين ***Guanine*** ، ويرمز لها عادة بالحروف A ، C ، T ، G على الترتيب.

الترتيب الذي تتواجد به هذه النيوكليوتيدات على إمتداد جزيء حامض ***DNA*** يحدد المعلومات المختزنة بالجزيء.

إعتبر جزيئات الحامض ***DNA*** التي تحتوي على ثلاثة نيوكليوتيدات فقط ، ودعنا نسأل كم يكون عدد الجزيئات المختلفة الموجودة من هذا النوع.

ربما تكون ***GCT*** أو ***CAA*** وهكذا ، أمثلة لمثل هذه الجزيئات ، حيث استخدمت الحروف الثلاثة لترمز الى الترتيب الذي تظهر به النيوكليوتيدات على إمتداد العمود الفقري.

إذن يوجد أربع طرق ممكنة لإختيار النيوكليوتيد الأول وأربع طرق لإختيار الثاني وأربع طرق لإختيار الثالث . بذلك يكون عدد طرق إختيار الشريط الكامل لثلاثة نيوكليوتيدات مساوياً لحاصل الضرب :

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$$

أي أنه يوجد أربعة وستون جزيئاً ً مختلفاً ً من جزيئات ***DNA*** يحتوي كل منها على ثلاثة نيوكليوتيدات.

في الحقيقة فإن جزيئات ***DNA*** تكون أطول من هذا بكثير ، وغالباً ً ما تحتوي على أكثر من ألف من النيوكليوتيدات. لأي من هذه الجزيئات يوجد أربع طرق لإختيار كل نيوكليوتيد في الشريط ، وبالتالي فإن العدد الكلي لجزيئات ***DNA*** المختلفة التي تحتوي نيوكليوتيد عددها n تعطي بحاصل الضرب :

$$4.4. \ldots .4 = 4^n \qquad (\text{n = عامل})$$

فعلى سبيل المثال 4^{1000} من جزيئات ***DNA*** المختلفة التي تحتوي كل منها ألفاً ً من النيوكليوتيدات. هذا العدد كبير جداً ً ، إذ يبلغ حوالي 10^{602} وإذا ما كتب فسنجد أنه يتكون من الرقم واحد متبوعاً بستمائة وأثنين من الأصفار.

وهذا العدد الضخم من جزيئات ***DNA*** المختلفة يعطي بعض الدلالة على تنوع المعلومات التي يمكن تخزينها بواسطة هذه الجزيئات.

تؤثر جزيئات ***DNA*** الموجودة في الكروموسومات على نمو الكائن الحي وذلك بالتحكم في إنتاج البروتينات المختلفة داخل خلايا الكائن الحي. وجود أو غياب أنواع معينة من هذه البروتينات هو الذي يحدد الصفات المتباينة للكائن الحي ، فعلى سبيل المثال ، أحد أنواع البروتينات قد يحدد ما إذا كان لون عين شخص ما أزرقاً ً أم بنياً ً ، أو قد يحدد نوع آخر من البروتينات ما إذا كان شعر فراء الأرنب طويلاً ً أو قصيراً ً.

كل جزء من جزيئات ***DNA*** في الكروموسوم ينقسم إلى أجزاء تسمى جينات ***Genes*** ، كل منها يتحكم في إنتاج نوع واحد فقط من البروتينات وبصفة عامة يكون الكروموسوم الواحد مسؤولاً عن إنتاج عدد كبير من البروتينات المختلفة.

الطريقة التي تنتج بها البروتينات تكون بإختصار كالتالي :

تقسم النيوكليوتيدات الموجودة على إمتداد جين معين من جزيء ***DNA*** الى مجموعات من ثلاث وكل مجموعة من ثلاث نيوكليوتيدات ترمز الى تخليق حامض أميني معين. فعلى سبيل المثال الثلاثي ***ACG*** من النيوكليوتيدات المتجاورة يرمز لواحد من الأحماض الأمينية ، بينما يرمز الثلاثي ***CCC*** لحامض أميني ثاني ، وهكذا.

وجزيء البروتين جزيء طويل يتكون من حبل من الأحماض الأمينية ، وعندما يتكون بروتين بواسطة جين معين ، فإن الترتيب الذي يتم به إضافة الأحماض الأمينية الى البروتين يتحدد بالترتيب الذي تتواجد به ثلاثيات النيوكليوتيدات المصاحبة على إمتداد الجين. يوجد حوالي عشرون حامضاً أمينياً مختلفاً ، يرمز لبعضها بأكثر من ثلاثي واحد من النيوكليوتيدات.

أي جين خاص متحكم في تخليق بروتين معين يتواجد عادة في الجنس محل الدراسة في أشكال متعددة ومختلفة. هذه الأشكال تسمى أليليات ***alleles*** تختلف عن بعضها البعض الى حد ما في ترتيب النيوكليوتيدات على إمتداد الجين. أبسط الحالات التي يمكن إعتبارها والتي تحدث غالباً في الواقع هي التي يكون فيها الجين محل السؤال ذي أليليان ، سنرمز لها بالرمزين a , A .

الفرق الأكثر أهمية من الأليليات هو عادة درجة نشاطها ، أي أن يكون أحد الأليليات قادراً على إنتاج بروتين أكثر من الآخر.

كما لاحظنا سابقاً ، لأي كائن حي تنقسم الكروموسومات إلى أزواج ، واحد من كل زوج يأتي من أحد والدي الكائن الحي. أي إن كل جين يظهر مرتين في خلايا أي كائن حي.

في حالة الجين ذي الأليلين المختلفين يوجد إذن ثلاث إحتمالات مختلفة لأزواج الجينات : AA , Aa , aa . هذه الأزواج الثلاثة يطلق عليها الطرازات الجينية أو الحالات الجينية ***Genotypes*** (لاحظ انه لا يوجد فرق بين Aa و aA).

من الممكن ان تظهر الصفات الجينية الثلاث صفات بدنية ثلاث مختلفة. فعلى سبيل المثال ، بالنسبة للجين الذي يتحكم في لون زهور البازلاء ، تكون زهور النباتات التي لها الطراز الجيني AA حمراء وتلك التي لها الطراز الجيني aa تكون زهورها بيضاء ، بينما تلك التي لها الطراز الجيني Aa يكون لون زهورها أحمر وردي. (تعلقت التجارب الأصلية لمندل بهذا الجين الخاص).

ومع هذا فما يحدث غالباً هو أن لا يكون بالإمكان التمييز بين الصفات البدنية المناظرة لطرازي الجينات AA و Aa وفي هذه الحالة نقول أن الأليل A سائد ***dominant*** بينما الأليل a يكون متنحياً ***recessive*** .

فعلى سبيل المثال ، في حالة الجين الذي يتحكم في لون العين في الجنس البشري ، نجد أن حاملي طرازي AA و Aa كلاهما ذوي عيون بنية اللون ، بينما حاملي الطراز الجيني aa ذوي عيون زرقاء اللون.

يسمى كل من الطرازين AA و aa متجانس الإزدواج أو متماثل الصفات ***homozygous*** أو نقي ***pure*** بينما يسمى الطراز الجيني Aa متباين الإزدواج ***heterozygous*** أو مهجن ***hybrid*** والآن نود أن نطرح على أنفسنا السؤال العام :

لأبوين ذوي طرازان جينيان معينان ، ما هي إحتمالات أن تكون ذريتهما من الطرازات الجينية الثلاث الممكنة ؟

على سبيل المثال ، إذا كان كل من الأبوين مهجناً ، أي من نوع الطراز الجيني Aa ، فمن الممكن أن تكون ذريتهما من أي نوع من الأنواع الثلاثة AA أو Aa أو aa ويكون بالتالي من المرغوب فيه حساب نسبة الذرية التي تنتمي الى كل من هذه الطرازات.

أولا وقبل كل شيء ، اعتبر الحالة التي يكون فيها الكائن الحي الوالد من الطراز الجيني النقي ، مثلا AA. عندما تنقسم الكروموسومات الى مجموعتين خلال تكوين الخلايا الجرثومية التناسلية ، ومهما كانت الطريقة التي يحدث بها الانقسام ، فإن الخلية التناسلية الناتجة لابد وأن تحتوي على جين من النوع A ، وذلك لعدم وجود جين من النوع a . اذا ما تزاوج مثل هذين الابوين فإن كلاً من الحيوان المنوي والبويضة سيحتوي جيناً من النوع A ، وبالتالي فإن البويضة الملقحة الناتجة سوف تكون من الطراز الجيني النقي AA . أي انه اذا كان كل من الوالدين من الطراز الجيني AA فإن ذريتهما جميعاً تكون أيضاً من نفس الطراز الجيني AA.

بالمثل ، اذا كان كل من الوالدين من الطراز الجيني aa فإن جميع ذريتهما تكون من الطراز الجيني aa مثل أبويهما.

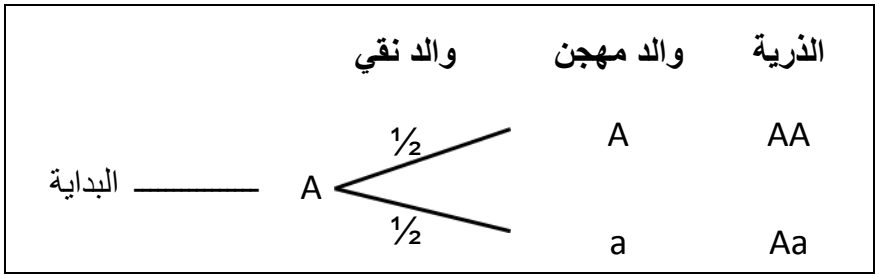
إذا كان أحد الوالدين من الطراز الجيني AA والوالد الآخر من الطراز الجيني aa فإن جميع ذريتهما تكون من الطراز الجيني المهجن Aa.

والآن دعنا نعتبر الحالة التي يكون فيها أحد الوالدين مهجناً بينما الوالد الآخر نقي.

عندما تنقسم الكروموسومات في الوالد المهجن فإن نصف الخلايا التناسلية الناتجة تحتوي على جينات من النوع A بينما يحتوي النصف الآخر على جينات من النوع a.

ومن جهة أخرى ، تحتوي جميع الخلايا التناسلية للوالد النقي على نفس النوع من الجينات.

على سبيل المثال ، اذا كان الوالد من الطراز الجيني AA فإن جميع الخلايا التناسلية تحتوي على جينات من النوع A. في مثل هذه الحالة ، تكون نصف البويضات الملقحة من الطراز الجيني AA و النصف الآخر من الطراز الجيني Aa.



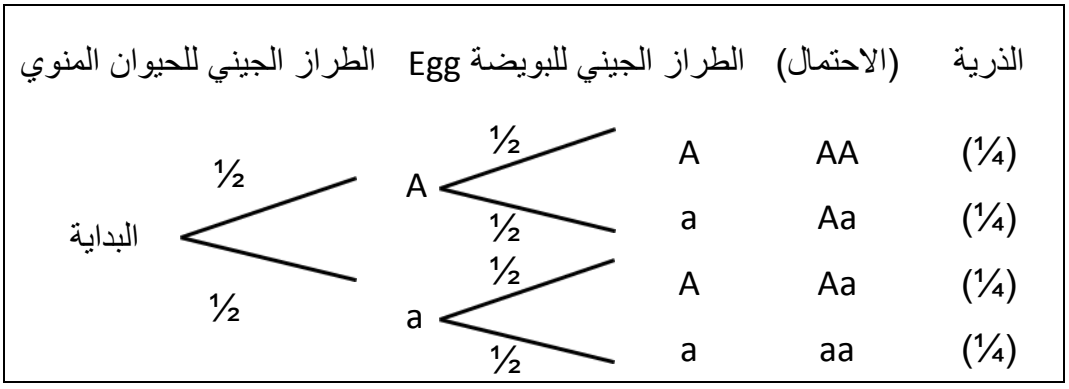
شكل رقم (١) تكوين طرازين جينين محتملين

في المرحلة الأولى من المخطط يستقبل جين من النوع A من الوالد ذي الطراز الجيني AA ، ثم في المرحلة الثانية يستقبل من الأب الهجين أما الجين A أو الجين a ، ليؤدي في النهاية للحصول على الذرية AA و Aa على الترتيب.

أحتمال حدوث كل من هذين الطرازين الجينيين يساوي النصف.

بالمثل إذا تزاوج ابوين طرازهما الجيني هما Aa و aa ، فإن نصف الذرية ستكون من النوع Aa والنصف الاخر من النوع aa.

اخيراً ، دعنا نعتبر الحالة التي يتزاوج فيها فردين كل منهما من الطراز الجيني Aa – هذا التزاوج يسمى تزاوج هجين ***hybrid cross***.



شكل رقم (٢) يوضح التزاوج الهجين

حيث ان الوالد الذكر مهجن فإن الطراز الجيني للحيوان المنوي يمكن ان يكون أما A أو a بإحتمال متساوٍ.

إذن من الممكن أن تكون الذرية AA بإحتمال يساوي ربع ، aa بإحتمال يساوي ربع ، Aa بإحتمال يساوي نصف.

مثال : أ) اذا هجنت البازلاء ذات الزهور الحمراء (طراز جيني AA) مع البازلاء ذات الزهور البيضاء (طراز جيني aa) فإن البازلاء الناتجة تكون جميعها ذات زهور لونها أحمر وردي (طراز جيني Aa).

ب) اذا هجنت البازلاء ذات الزهور الحمراء مع البازلاء التي لون زهورها أحمر وردي فإن نصف الذرية تكون ذات زهور حمراء ونصفها ذات زهور لونها أحمر وردي.

جـ) اذا هجنت البازلاء التي لون زهورها أحمر وردي مع بعضها ، فإن ربع الذرية تكون ذات زهور حمراء والربع ذات زهور بيضاء والنصف ذات زهور لونها أحمر وردي.

يمكن تطبيق النتائج السابقة على الحالات التي يكون فيها الطرازات الجينية الثلاث AA ، Aa ، aa صفات ظاهرية يمكن التمييز بينها.

ومع ذلك فإن الجين A سائداً والجين a متنحياً ، فأنه يوجد نوعين فقط من الصفات الظاهرية يمكن التمييز بينها :

الطرازين الجينيين AA و Aa كلاهما يظهر الصفة الوراثية السائدة وبالتالي يمكن تجميعها معاً وتمييزهما بالحرف D ، بينما الطراز الجيني aa يظهر الصفة الوراثية المتنحية ويمكن تمييزه بالحرف R.

يمكن تلخيص نتائج تزاوجات الانواع المختلفة فيما يتعلق بالصفات الوراثية للذرية في الجدول التالي :

جدول رقم (١) نتائج التزاوجات للأنواع المختلفة

الوالد الأول		الوالد الثاني	
AA		Aa	aa
AA	الجميع D	الجميع D	الجميع D
Aa	الجميع D	¾ D ; ¼ R	½ D ; ½ R
aa	الجميع D	½ D ; ½ R	الجميع R

فعلى سبيل المثال ، فقد رأينا في حالة تزاوج هجين ان ربع الذرية يكونون من نوع AA ، وربع من نوع aa والنصف من نوع Aa. ولكن اذا كان الجين A سائداً فإن الذرية من النوعين AA و Aa تظهر نفس الصفة الوراثية السائدة. هذين النوعين يشكلان ثلاثة ارباع الذرية. الربع الباقي يكون من الطراز الجيني aa وبالتالي فهو من نوع الصفات الوراثية المتنحية.

مثال : إعتبر لون العين في الجنس البشري ، حيث يكون جين العين البنية (A) سائداً على جين العين الزرقاء (a).

أ- اذا كان احد الابوين من النوع Aa (وبالتالي يكون لون عينه بني) والوالد الاخر له عيون زرقاء (وبالتالي لابد وان يكون من الطراز الجيني aa) ، فإن احتمال ان يكون لأطفالهما عيون بنية سيكون مساوياً لإحتمال ان يكون لهم عيون زرقاء.

ب- اذا كان كلا الابوين من الطراز الجيني Aa ، (اي ذوي عيون بنية) ، فإن احتمال ان يكون لأطفالهما عيون بنية يساوي ثلاثة أرباع واحتمال ان يكون لأطفالهما عيون زرقاء يساوي ربع.

ملاحظة : في الحقيقة فإن ظاهرة لون العين أكثر تعقيداً من النموذج البسيط المذكور أعلاه لجين مفرد ذي أليلين.

دعنا نعكف الان على دراسة السؤال الخاص بكيفية توزيع الطرازات الجينية خلال مجتمع وعلى وجه الخصوص دراسة الطريقة التي يتغير بها هذا التوزيع من جيل الى الجيل الذي يليه. سنعتبر مجتمعاً كبيراً مكون من كائنات حية عددها N تكون فيه ، عند لحظة ما ، نسبة من يكونوا من الطراز الجيني AA هي f ، ونسبة من يكونوا من الطراز الجيني Aa هي g ، ونسبة من يكونوا من الطراز الجيني aa هي h. (إذن f + g + h = 1). العدد الحقيقي للكائنات الحية من النوع AA هو fN وهكذا.

فيما بين افراد المجتمع يوجد جينات عددها 2N من النوع محل الدراسة. الأفراد البالغ عددهم fN من النوع AA يحوون 2fN جيناً من النوع A ، الأفراد البالغ عددهم gN من النوع Aa يحوون gN بها من النوع A و gN جيناً أيضاً من النوع a ، والأفراد البالغ عددهم hN من النوع aa يحوون 2hN بها من النوع a.

اذن يوجد فيما بين افراد المجتمع جينات عددها (2fN + gN) من النوع A وجينات عددها (2hN + gN) من النوع a. هذا يقودنا اذن الى تعريف ما يسمى بالتكرارات الجينية frequencies ، q للنوعين a على الترتيب التالي :

$$p = \frac{2fN+gN}{2N} = f + \frac{1}{2}g \qquad ، q = \frac{2hN+gN}{2N} = h + \frac{1}{2}g$$

فيما بين افراد المجتمع ، p هي نسبة كل الجينات من النوع A و q هي نسبة كل الجينات من النوع a.

وبالطبع p + q = 1

سنفترض ان التزاوج في هذا المجتمع يحدث عشوائياً ، بمعنى انه يكون غير مرتبط بالطراز الجيني ، بذلك يكون تشكيل أزواج الجينات في البويضات الملقحة كالآتي:

	الجين المنوي	جين البويضة	البويضة الملقحة	الإحتمال
البداية	P	P A / A q a	AA	P^2
			Aa	pq
	q	P A / a q a	Aa	pq
			aa	q^2

شكل رقم (٣) تشكيل أزواج الجينات في البويضات الملقحة

من الممكن ان يحوي كل من الحيوان المنوي والبويضة الجينات A أو a بإحتمالات p و q على الترتيب. احتمال ان تكون البويضة الملقحة الناتجة من الطراز الجيني AA يساوي P^2 ، واحتمال ان تكون من الطراز الجيني Aa يساوي 2pq ، واحتمال ان تكون من الطراز الجيني aa يساوي q^2.

في الجيل الاول من الذرية افرض ان f_1 و g_1 و h_1 هي نسب الطرازات الجينية AA ، Aa ، aa على الترتيب بذلك تكون النتيجة التي توصلنا اليها هي :

$$f_1 = P^2 \quad , \quad g_1 = 2pq \quad , \quad h_1 = q^2$$

هنا ساوينا النسب بالاحتمالات. وهذا يكون صحيحاً طالما كان عدد الذرية في كل جيل كبيراً.

التكرارات الجينية في الجيل الاول هي مثلما كانت في مجتمع الوالدين ، اي p ، q فعلى سبيل المثال ، تكرار الجينات من النوع A يعطى بالعلاقة :

$$f_1 + \frac{1}{2} g_1 = P^2 + \frac{1}{2}(2pq) = P^2 + pq = p\,(p+q)\,p$$

حيث p + q = 1. بالمثل تكرار الجينات من النوع a يساوي q.

من هذه النتيجة ينتج انه عندما تنضم الذرية الى مجتمع الكبار وتبدأ بالتزاوج ، فإن التكرارات الجينية في المجتمع لا تتغير وتظل محتفظة بقيمتها الابتدائية p و q . اذن تظل نسب الطرازات الجينية المختلفة في الأجيال المتعاقبة للذرية مثل نسبها في الجيل الاول ، اي على وجه التحديد:

AA : p^2 ; Aa : 2pq ; aa : q^2

في النهاية يموت الافراد الكبار في المجتمع ، تاركين هذه القيم على انها نسب الطرازات الجينية الثلاث في المجتمع بأكمله.

هذه النتيجة تعرف بقانون هاردي – وينبيرج ***Hardy – Weinberg*** لعلم وراثة الجينات : في مجتمع كبير فيه التزاوج غير مرتبط بالطراز الجيني ، تستقر في النهاية نسب أفراد المجتمع التي تنتمي للطرازات الجينية الثلاث عند القيم.

p^2 , 2pq , q^2 للأنواع AA , Aa , aa

على الترتيب ، حيث p ، q هما التكراران الجينيان لنوعي الجينات A ، a على الترتيب :

مثال : أنشأ مزرعة للأرانب بحيث كان 20 % من الأرانب لونها أبيض ، 40 % من الأرانب لونها أسود ، 40 % من الأرانب لونها خليط من اللونين الأبيض والأسود.

يفرض ان لون الفراء يتحدد بجين مفرد ذي أليلين : AA يكون أسود ، aa أبيض ، Aa يكون خليطاً من الأسود والأبيض ، أوجد النسب النهائية للطرازات الجينية الثلاث في المزرعة :

الحل : النسب الإبتدائية للطرازات الجينية الثلاث كالتالي :

AA : f = 0.4 ; Aa : g = 0.4 ; aa : h = 0.2

اذن تعطى التكرارات الجينية بالصيغ :

$$\mathbf{p = f + \frac{1}{2}\ g = 0.6} \quad , \quad \mathbf{q = h + \frac{1}{2}\ g = 0.4}$$

النسب النهائية طبقاً لقانون هاردي – وينبيرج ، تكون اذن كالتالي :

نسبة AA: $\mathbf{p^2 = 0.36}$

نسبة Aa: $\mathbf{2pq = 2\ (0.6)(0.4) = 0.48}$

نسبة aa: $\mathbf{q^2 = 0.16}$

اذن في النهاية تتكون المزرعة من 36 % أرانب لونها أسود ، 16 % أرانب لونها أبيض ، 48 % أرانب لونها خليط من الأبيض والأسود.

الفصل الثاني : الصفات المتعلقة بالجنس

من المعلوم إن خلايا الذكر تحوي كروموسومين ، الكروموسوم X والكروموسوم Y ، لا يظهران على صورة أزواج وإن خلايا الأنثى تحوي زوج من الكروموسوم X ولا تحوي خلاياها الكروموسوم Y إطلاقاً. عندما تنقسم خلية الذكر لتنتج خليتين منويتين ، يذهب الكروموسوم X الى واحدة من الخلايا المنوية ويذهب الكروموسوم Y الى الخلية الأخرى اي ان نصف الخلايا المنوية تحتوي على الكروموسوم X والنصف الاخر يحتوي الكروموسوم Y.

يتحدد جنس الجنين بأي نوعي الحيوانات المنوية سيتمكن من تلقيح بويضة الأنثى ، فإذا نجح حيوان منوي يحوي الكروموسوم X من تلقيح البويضة فغن البويضة الملقحة سوف تحتوي على كروموسومين من النوع X وبالتالي سوف يكون المولود أنثى ، بينما اذا نجد حيوان منوي يحوي الكروموسوم Y من تلقيح البويضة فإن البويضة الملقحة سوف تحتوي على كروموسوم واحد X و كروموسوم واحد Y وبالتالي يكون المولود ذكر.

من هذا ينتج ان اي مولود ذكر يحصل بكل تأكيد على الكروموسوم Y الخاص بوالده. وبالتالي فإن الصفات الذكرية ، التي تحدد بالكروموسوم Y سوف تورث بكل تأكيد لكل إبن من والده ولن تورث بكل تأكيد لأي إبنة من والدها.

إعتبر الان الحالة الأكثر أهمية والخاصة بالصفة التي تتعين بواسطة جين على الكروموسوم X.

سنعتبر مرة أخري حالة جين ذي أليلين A ، a.

إذن يمكن تصنيف الأنثى التي تحوي خلاياها كروموسومين من نوع X على إنها من واحدة من الطرازات الجينية الثلاث aa ، Aa ، AA.

ولكن الذكر الذي يحوي كروموسوم X واحد فقط ، ويجب أن يصنف على إنه أما A أو a تبعاً للأليل الخاص بجين المفرد.

ويرث كل مولود ذكر كروموسوم X واحد من أمه ، ولا يرث أي كروموسوم X من والده. إذن إذا كانت الأم AA ، فإن إبنها سوف يكون دائماً A ؛ و إذا كانت الأم aa فإن إبنها سوف يكون دائماً a ، و إذا كانت الأم Aa فإن إبنها سوف يكون إما من النوع A أو النوع a باحتمالين متساويين.

من ناحية اخرى ترث كل مولودة انثى كروموسوم والدها الوحيد من النوع X واحد كروموسومين والدتها من النوع X. وبالتالي فإن الطرازات الجينية لمولودة أنثى للأنواع المختلفة من التزاوجات ستكون كما هي معطاة في الجدول التالي :

جدول رقم (٢) الطرازات الجينية لمولودة أنثى للأنواع المختلفة من التزاوجات

الأب	الأم	
AA	Aa	aa
A الجميع AA	النصف Aa ، النصف AA	الجميع Aa
A الجميع Aa	النصف aa ، النصف Aa	الجميع aa

دعنا نفحص الان توزيع الجينات المرتبطة بالجنس في مجتمع ما.

أفرض ان نسب الإناث ذات الطرازات الجينية الثلاث AA و Aa و aa في المجتمع هي h , g , f على الترتيب ، وان نسب الذكور من الطرازين الجينيين A ، a هما Q , P على الترتيب إذن التكرارات الجينية هي :

$$p = f + \frac{1}{2}\, g \quad , \quad q = h + \frac{1}{2}\, g$$

بالنسبة للجينات A ، a على الترتيب في الإناث ، Q , P بالنسبة للجينات A ، a على الترتيب في الذكور.

افرض ان f_1 و g_1 و h_1 هي نسب الطرازات الجينية الثلاث للمواليد الإناث في الجيل الأول وإن P_1 و Q_1 هي نسب الطرازين الجينين A ، a للمواليد الذكور في الجيل الأول.

إذن حيث كل مولود ذكر يرث كروموسومه من النوع X من والدته ، فإنه ينتج إن :

$$P_1 = p \quad , \quad \text{و} Q_1 = q$$

بالإضافة الى ذلك يمكن بسهولة التحقق من أن :

$$f_1 = Pp \quad , \quad g_1 = Pq + Qp \quad , \quad h_1 = Qp$$

التكرارات الجينية للمواليد الإناث في الجيل الأول تكون إذن :

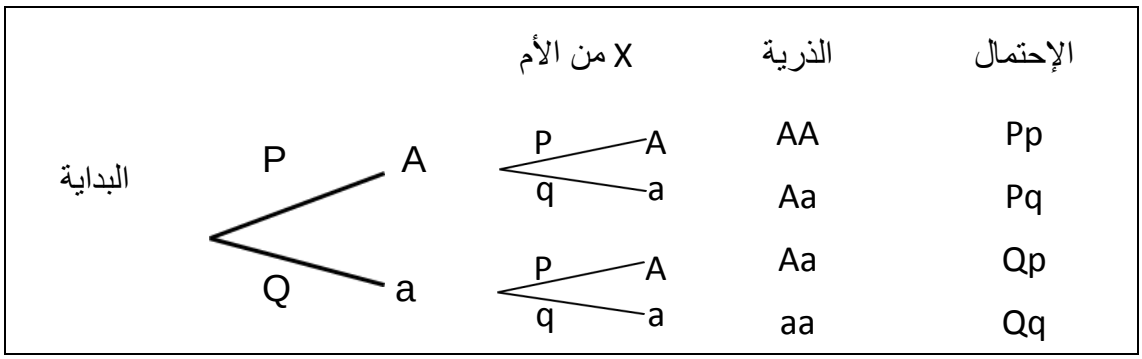
$$P_1 = f_1 + \frac{1}{2}\, g_1 = Pp + \frac{1}{2}\,(Pq + Qp)$$

$$= \frac{1}{2}\,(Pp + Pq) + \frac{1}{2}\,(Pp + Qp)$$

$$= \frac{1}{2}\,P\,(p + q) + \frac{1}{2}\,p\,(P + Q)$$

$$= \frac{1}{2}\,(P + p)$$

وذلك حيث إن : p + q = P + Q = 1 وبالمثل $g_1 = \frac{1}{2}(Q+P)$ $q_1 = h_1 + \frac{1}{2}$



شكل رقم (٤) التكرارات الجينية للمواليد الإناث في الجيل الأول

من هذه النتائج نرى ان التكرار الجيني P_1 في أي جيل من المواليد الذكور يساوي التكرار P في الجيل الذي يسبقه للإناث ، وان التكرار P_1 في اي جيل للمواليد الإناث يساوي متوسط التكرارين P و p للمواليد الذكور والإناث على الترتيب في الجيل الذي يسبقه.

مثال : في مجتمع ما ، يكون توزيع جين مرتبط بالجنس ذي أليلين كالتالي :

للإناث ، 10 % تكون AA ، 40 % تكون Aa ، 50 % تكون aa ، وللذكور ، 80 % تكون A ، 20 % تكون a. أوجد كيف تتغير التكرارات الجينية p و P للأليل A للثمانية أجيال التالية.

الحل : النسب الإبتدائية للطرازات الجينية الثلاث بين الإناث في المجامع معطاة كالتالي :

AA : f $= 0.1$; Aa : g $= 0.4$; aa : h = 0.5

وبالتالي تكون التكرارات الجينية الإبتدائية كالتالي :

$$p = f + \frac{1}{2}\ g = 0.3 \ , \ q = h + \frac{1}{2}\ g = 0.7$$

التكرارات الجينية الإبتدائية بين الذكور معطاة كالتالي :

$$P = 0.8 \ , \ Q = 0.2$$

بالنسبة للجيل الأول من المواليد تعطى التكرارات الجينية p_1 , P_1 للذكور والاناث على الترتيب كما يلي :

$$P_1 = p = 0.3 \ ,$$

$$P_1 = \frac{1}{2}\ (P + p) = \frac{1}{2}\ (0.8+0.3) = 0.55.$$

بالمثل ، بالنسبة للجيل الثاني من المواليد تعطى التكرارات P_2 , p_2 المناظرة كما يلي :

$$\boldsymbol{P_2 = p_1 = 0.55\,,}$$

$$\boldsymbol{P_2 = \frac{1}{2}\,(P_1 + p_1) = \frac{1}{2}\,(0.3+0.55) = 0.425.}$$

يمكننا الاستمرار بهذه الطريقة لحساب التكرارات الجينية في الأجيال المتعاقبة. النتائج بالنسبة للأجيال الثمانية الأولى من المواليد معطاة في الجدول أدناه :

جدول رقم (٣) نتائج التكرارات الجينية في الأجيال الثمانية الأولى من المواليد

p	P
0.3	0.8
0.55	0.3
0.425	0.55
0.4875	0.425
0.4563	0.4875
0.4719	0.4563
0.4641	0.4719
0.4680	0.4641
0.4660	0.4680

في هذا الجدول يتضح لنا إنه كلما تعاقبت الأجيال ، فإن التكرارين الجينيين p و P للأناث والذكور يقترب كل منهما أكثر فأكثر من الآخر.

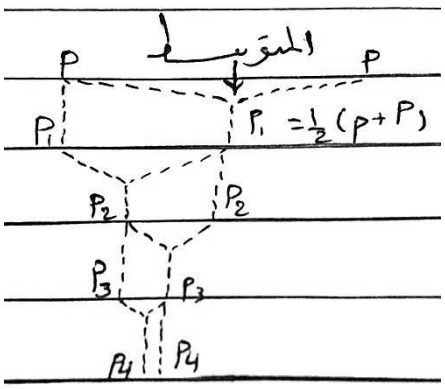
وهذه النتيجة تكون في الحقيقة دائماً صحيحة :

في النهائة تستقر التكرارات الجينية للجين المرتبط بالجنس بين الذكور والإناث في مجتمع ما عند قيمتين تساوي كل منهما الأخرى. بالأضافة الى ذلك ، فإن تكرارات الطرازات الجينية الثلاث بين الإناث تستقر في النهاية عند قيم مساوية لنسب هاردي _ وينبرج.

هذا ينتج من النتائج السابقة أعلاه التي تنص على إنه من جيل الى الجيل التالي.

$$\boldsymbol{P_1 = \frac{1}{2}\,(P + p).} \quad \boldsymbol{P_1 = p}$$

الطريقة التي تتغير بها كل من p و P من جيل الى جيل تكون بالتالي كما يلي :

المجتمع الإبتدائي	
الجيل الأول	
الجيل الثاني	
الجيل الثالث	
الجيل الرابع	

شكل رقم (٥) الطريقة التي تتغير بها كل من p و P من جيل الى جيل

من هذا يتضح لنا ان P = p تقترب كل منها من الأخرى أكثر فأكثر كلما تعاقبت الأجيال ، مما يبين ان التكرارات الجينية لمجموعتي الذكور والإناث في المجتمع فتصبح في النهاية مساوية كل منها للأخرى عندما P = p ، Q = q تصبح نسب الطرازات الجينية الثلاث بين الإناث كالتالي :

$$AA : Pp = p^2 \quad ; \quad Aa : Pq + Qp = 2pq \quad ; \quad aa : Qq = q^2$$

من هذا يتضح لنا ان قانون هاردي _ وينبرج ينطبق أيضاً على توزيع الطرازات الجينية بين الإناث بالنسبة للصفات المرتبطة بالجنس. تماماً كما ينطبق على الصفات الآخرى ومع ذلك يوجد فرق وحيد بالنسبة للصفات الغير مرتبطة بالجنس فإننا نصل الى نسب هاردي _ وينبرج بالضبط في الجيل الأول.

أما بالنسبة للصفات المرتبطة بالجنس فإن الوصول الى قيم مقاربة لنسب هاردي _ وينبرج يتطلب عدة أجيال.

Sources

1- Anderson, S., Bankier, A. T., Barrell, B.G., de Bruijn, M. H. L., Coulson, A. R., Drouin, J.,Eperson, I. C., Nierlich, D. P., Roe, B. A., Sanger, F., Schrier, P. H., Smith, A. J. H., Staden, R., and young, I. G. (1981). Sequence and organization of the human mitochondrial genome. Nature, 290, 457-465.

2- Andersson, J., Doolittle, W., and Nesbø, C. (2001). Are there bugs in our genome? Science, 292, 1848-1850.

3- King, A. (2001). A chaotic attractor in ecology : Theory and experimental data. Chaos Solitons Fractals, 12(2), 219-234 [Chaos in ecology].

4- Gibbsons, A. (1992). Mitochondrial Eve: wounded but not dead yet. Science, 257, 873-875.

5- Keyfitz , N. and Flieger, W. (1968). World population; an analysis of vital data. University of Chicago Press, Chicago.

6- Mendel, G. (1866). Versuche über pflanzenhybriden. Verh. Naturforsch Ver. Brünn, 4, 3-47 [Translation: Experiments in plant Hybridization (1865), 1-39 (electronic : http://www.esp.org)].

7- Salzberg, S., White, O., Peterson, J., and Eisen, J. (2001). Microbial genes in the human genome: Lateral transfer or gene loss ? Science, 292. 1903-1906.