

Theoretical and numerical studies on the graph partitioning problem

Abstract :

Given $G=(V,E)$ a connected undirected graph and a positive integer $\beta(n)$, where n is number of vertices, the vertex separator problem (VSP) is to find a partition of V into three classes A, B and C such that there is no edge between A and B , $\max\{|A|,|B|\}$ less than or equal $\beta(n)$, and $|C|$ is minimum. In this thesis, we consider an integer programming formulation for this problem. We describe some valid inequalities and using these results to develop algorithms based on neighborhood scheme.

We also study st -connected vertex separator problem. Let s and t be two disjoint vertices of V , not adjacent. A st -connected separator in the graph G is a subset S of $V \setminus \{s,t\}$ such that there are no more paths between s and t in $G[G \setminus S]$ and the graph $G[S]$ is connected. The st -connected vertex separator problem consists in finding such subset with minimum cardinality. We propose three formulations for this problem and give some valid inequalities for the polyhedron associated with this problem. We develop also an efficient heuristic to solve this problem.

Keywords: Combinatorial optimization, Partitioning graph, Heuristics, Greedy algorithm, Branch and bound algorithm.

Études théoriques et numériques du problème de partitionnement dans un graphe

Résumé:

Étant donné $G = (V, E)$ un graphe non orienté connexe et un entier positif $\beta(n)$, où n est le nombre de sommets de G , le problème du séparateur (VSP) consiste à trouver une partition de V en trois classes A, B et C de sorte qu'il n'y a pas d'arêtes entre A et B , $\max\{|A|, |B|\}$ est inférieur ou égal à $\beta(n)$ et $|C|$ est minimum. Dans cette thèse, nous considérons une modélisation du problème sous la forme d'un programme linéaire en nombres entiers. Nous décrivons certaines inégalités valides et développons des algorithmes basés sur un schéma de voisinage.

Nous étudions également le problème du st -séparateur connexe. Soient s et t deux sommets de V non adjacents. Un st -séparateur connexe dans le graphe G est un sous-ensemble S de $V \setminus \{s, t\}$ qui induit un sous-graphe connexe et dont la suppression déconnecte s de t . Il s'agit de déterminer un st -séparateur de cardinalité minimum. Nous proposons trois formulations pour ce problème et donnons des inégalités valides du polyèdre associé à ce problème. Nous présentons aussi une heuristique efficace pour résoudre ce problème.

Mots-clés: optimisation combinatoire, partitionnement, Heuristique, algorithme glouton, Séparation et évaluation.