



جمهورية العراق / وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة القادسية / كلية علوم الحاسوب وتكنولوجيا المعلومات
قسم الرياضيات الطبية

**استخدام نموذج SIR في علم الأوبئة لحساب عدد السكان
المعرضين والمصابين والمتعافين لبعض الأمراض المعدية**
(Use the SIR model in epidemiology to calculate the number of people
exposed, infected and recovering from certain infectious diseases)

بحسب مقدمة من قبل الطالبتين

دعاء عادل محمد

كاثرين ساجد كريم

الى جامعة القادسية / كلية علوم الحاسوب وتكنولوجيا المعلومات / قسم الرياضيات الطبية

كاستكمال جزئي لنيل شهادة بكالوريوس علوم في الرياضيات الطبية

بإشراف

الدكتور احسان جبار كاظم

٢٠١٧ م

١٤٣٨ هـ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

"يَرْفَعِ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا
الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ"

صدق الله العظيم

المجادلة (١١)

الاهداء

الى كل من علمني حرفاً

اهدي هذا الجهد المتواضع الى اساتذتي الافاضل في كلية علوم الحاسوب

والرياضيات / قسم الرياضيات الطبية

الى من تغمدهم الله برحمته . . .

الى السائرين في طريق النور . . .

الى كل المخلصين لله والوطن والعلم . . .

الى كل الانامل التي ساهمت بنقش حروف المعرفة وفاءً وتقديراً واحتراماً

.

شكر وتقدير

اشكر الله عز وجل الذي وفقني لأتمام هذا البحث ، ثم الصلاة والسلام

على خير البرية وعلى اله الطيبين الطاهرين . .

وبعد الانتهاء من انجاز مفردات هذا البحث،

في البداية لا يسعني الا ان اتقدم بالشكر الجزيل وعظيم الامتنان

للدكتور (احسان جبار كاظم) المشرف على بحثي لما قدمه لي من

توجيهات وارشاء وتوصيات سديدة وتشجيعية وحته المتواصل لي بالرغم من

صعوبة الظرف العام، فقد كان لملاحظاته القيمة اثر واضح وهام لإخراج

البحث بصورة منهجة ،

كل الشكر والتقدير إلى كل من قدم يد العون لي ، داعيتاً للجميع

بدوام التوفيق والانزدهار .

الخلاصة

سنتطرق في هذا البحث الى نموذج الامراض SIR وسنناقش الادوات الرياضية المختلفة لهذا النموذج ، للحكم على فعالية الاليات وطرق مكافحة ، وسنكمل هذا البحث بمثال بأستخدام مرض معدي والمعروف باسم جدري الدجاج "Chicken pox"...

المحتويات

الصفحة	الموضوع
١	المقدمة
	الفصل الاول: نموذج SIR
٢	١.١ الافتراضات
٢	١.٢ صيغ SIR
٦	١.٣ نسبة التولد الاساسية
٧	١.٤ مناعة عتبة القطيع (الماشية)
٧	١.٥ تاثير (فعالية) عدد القطيع
٨	١.٦ السيطرة على عدد التطعيم
	الفصل الثاني: انتشار مرض الجدري
٩	مقدمة
١٠	٢.١ نموذج SIR والجدري
١١	٢.٢ اثار معدلات العدوى الكمية والاولية للاشخاص المصابين
١٥	٢.٣ نسبة التولد الاساسية للجدري
١٦	٢.٤ نظرية مناعة مجتمع القطيع
١٧	٢.٥ عدد التولد الفعال للجدري
١٨	٢.٦ مراقبة اعداد التطعيم للجدري
٢١	الاستنتاج
٢٢	المصادر والمراجع

المقدمة

واحد من الاجراءات البسيطة في نموذج الامراض هو استخدام النموذج المجزئ (المقسم) حيث يتم تقسيم السكان الى مجموعات مختلفة ويتم استخدام نموذج SIR في علم الوبئة لحساب كمية السكان المعرضين والمصابين وكذلك السكان المتعافين من المرض ..

وكما انه يستخدم لتوضيح التغير في عدد السكان (عدد الاشخاص) الذين يحتاجون الى عناية او رعاية طبية اثناء المرض (الوباء)، ومن الضروري ملاحظة ان هذا النموذج لا يعمل مع جميع الامراض، وان نموذج SIR يكون مناسباً في شخص قد تعافى من المرض مرة واحدة وبذلك سيحصل على مناعة مدى الحياة، ويكون النموذج غير مناسباً اذا كان الشخص مصاباً ولكنه ليس معدي ...

الفصل الاول

نموذج SIR

(Susceptible-Infected-Recovered Model)

1.1 الافتراضات :-

نموذج SIR هو استخدام في علم الوبئة لحساب كمية السكان المعرضين والمصابين وكذلك السكان المتعافين من المرض وهذا النموذج يكون ملائم للاستخدام تحت الافتراضات التالية :-

- ١- عدد السكان يكون ثابت .
- ٢- الطريقة الوحيدة التي يمكن للشخص ترك المجموعة المعرضة هو عندما يكون مصابا وكذلك الطريقة الوحيدة التي يمكن للشخص ترك المجموعة المصابة هو عندما يكون متعافا من المرض وبمجرد ان يتعافى الشخص سيكون قد تلقى مناعة كاملة .
- ٣- لا يؤثر العمر والجنس والوضع الاجتماعي والعرق على احتمال الإصابة .
- ٤- ليس هناك مناعة مورثة .
- ٥- عضو من السكان مزيج متجانس (لديه نفس التفاعل مع بعضه البعض والى نفس الدرجة

1.2 صيغ SIR

ويبدأ النموذج مع بعض الرموز الأساسية :

$S(t)$ هو عدد الافراد المعرضين عند زمن (t)

$I(t)$ هو عدد الافراد المصابين عند زمن (t)

$R(t)$ هو عدد الافراد المتعافين عند زمن (t)

N هو مجموع عدد السكان

الافتراضات (الفرضيات) تقودنا الى مجموعة من المعادلات التفاضلية :

$$\frac{dS}{dt} = -\beta S(t)I(t) \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = (\beta S(t) - k)I(t) \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = K I(t) \dots \dots \dots (2)$$

حيث ان

K هو معدل المعرضين (مع k اكبر او يساوي صفر)

α هو احتمال الاصابة بالعدوى

γ هو عدد الاشخاص المتعافين من المرض

β هو متوسط عدد الانتقالات من الشخص المصاب في فترة زمنية

(مع β اكبر او يساوي صفر)

$$S(t) + I(t) + R(t) = N \dots \dots \dots (4)$$

من هذه المعادلة يمكننا ان نكتشف كيفية اختلاف المجاميع عندما $t \rightarrow \infty$ وكذلك يمكننا ان

نرى من المعادلة (1) ان المجموعة المعرضة ستتناقص مع مرور الوقت وتقترب من الصفر

ومن المعادلة (3) نحن نعلم ان المجموعة المتعافية تزداد وسوف تقترب من N مع مرور الوقت .

اما بالنسبة الى المجموعة المصابة فهو اكثر تعقيدا ولذلك تبدأ بأخذ جزء لا يتجزأ من المعادلة

(3) ومن (5) الى (t)

والذي يعطي لنا

$$K \int_0^t I(s)ds = R(t) \dots \dots \dots (5)$$

بعد ذلك نتعامل مع المعادلة (4) للحصول على :

$$R(t) = N - S(t) - I(t) \dots \dots \dots (6)$$

ومن خلال الجمع بين المعادلتين (5) و (6) نحصل على :

$$K \int_0^1 I(s) ds = R(t) = N - S(t) - I(t) \dots \dots \dots (7)$$

عندما نأخذ التكامل من الصفر الى ما لانهاية من الجانب الايمن اي ان هذا التكامل
 $K \int_0^\infty I(s) ds$ اقل من اللانهاية

حيث ان كمية الناس في المجموعة يجب ان يكون محدود وبواسطة الجمع بين هذا التكامل مع
المعادلة (٧) سوف نحصل على ان $I(t)$ يذهب (يقترّب) الى ما لا نهاية

$$I(t) \rightarrow N - S(\infty) - K \int_0^\infty I(t) ds$$

حيث $S(\infty)$ يذهب الى الصفر وان $K \int_0^\infty I(s) ds$ يكون مساوي الى $R(\infty)$ يذهب الى
الصفر وهكذا كما ان t يذهب الى ما لانهاية $I(t) \rightarrow 0$ كما قدمها (ميموا نيللي) ..

وان معدل التغيير في المجموعة المصابة ليس دائماً سالبا او صفرا كما هو الحال في المجموعة
المعرضة للإصابة ولا هو ايجابي بدقة او صفراً كما هو الحال في المجموعة المتعافية من
المرض

اذا كان معدل التغيير هو ايجابي او سلبي يعتمد على β, K وكذلك على $S(t)$

ويمكننا ان نرى من المعادلة (2) عندما $\beta S(t)$ هو اقل من K سيكون معدل التغيير للمجموعة
المصابة هو سالباً .

واذا كان $\beta S(t)$ اكبر من K سيكون معدل التغيير للمجموعة المصابة هو ايجابي , واخيرا اذا
كان $\beta S(t)$ هو مساوي K سيكون معدل التغيير للمجموعة المصابة هو صفراً .

ومن خلال تطبيق طريقة اويلر من النظام ، اننا قادرون على حل المعادلات التفاضلية ..

الحلول للمعادلات التفاضلية هي :-

$$S_{n+1} = S_n - \beta S_n I_n \Delta t \dots \dots \dots (8)$$

$$I_{n+1} = I_n (I + \beta S_n - K) \Delta t \dots \dots \dots (9)$$

$$R_{n+1} = R_n + K I_n \Delta t \dots \dots \dots (10)$$

حيث ان S_{n+1} و I_{n+1} و R_{n+1} هو عدد الاشخاص المعرضين والاشخاص المصابين وكذلك الاشخاص المتعافين عند زمن (N + 1) و Δt هو تغيير صغير عند زمن معين وسوف يكون مساويا الى الواحد ...

ومن الملاحظة ان الباحثين ومسؤولي الصحة سيقومون بجمع البيانات في المجموعة ويقومون بإعطائها كل فترة معينة من الزمن ..

ان كمية الناس في المجموعة لا يأتي من المعادلات (8) و (9) و (10) وتستخدم هذه المعادلات في المقام الاول لحساب β و K

ان المجموعة المتعافية تضم الناس الذين يحصلون على مناعة مدى الحياة ومع ذلك لا تحدد ما اذا كان الشخص الذي يحصل على مناعة سيعيش مدى الحياة او سيموت ،

لذا نستطيع ان نستبدل المعادلة (3) مع معادلة واحدة بالنسبة للأشخاص الذين يعيشون ومعادلة واحدة بالنسبة لأولئك الذين يموتون ..

للقيام بذلك نبدأ في الواقع عن طريق تقسيم معدل التعافي K الى قسمين (معدلات التعافي) :-

K_V معدل التعافي بالنسبة لأولئك الذين يعيشون

K_D معدل التعافي بالنسبة لأولئك الذين يموتون

نحن الان يمكننا استبدال معدل التغير للمجموعة المتكافئة

في هذا الجزء لدينا اثنان من المعادلات واحدة للموت (D_t) واخرى للمناعة (V_t)

$$\frac{dv}{dt} = K_V I(t) \quad \text{خاصةً ان}$$

$$\frac{dD}{dt} = K_D I(t)$$

بأستخدام طريقة اويلر للانظمة

∴ تكون حلول المعادلات اعلاه بهذا الشكل ∴-

$$V_{n+1} = V_n + K I_n \Delta t$$

$$D_{n+1} = D_n + (1 - K) I_n \Delta t$$

حيث ان V_{n+1} و D_{n+1} هي عدد الاشخاص الذين يملكون مناعو وماتوا عند وقت $(n+1)\Delta t$

مرة اخرى سوف نأخذ Δt يكون مساوياً الى واحد

1.3 نسبة التولد الاساسية (Basic Generation Rate)

جزء مهم من نموذج الامراض هو نسبة التولد الاساسية ويمز له B_R ، ونسبة التولد تكون مهمة لأنها تخبرنا ما اذا كان عدد السكان في خطر من المرض..

وان B_R تتأثر بالعدوى ومعدلات الازالة اي K, β

هو الذي حصلت عليها من $S. \frac{\beta}{K} = B_R$ عندما $B_R > 1$ وان حدوث المرض سوف يزداد ، وعندما $B_R < 1$ سيؤدي الى ان حدوث المرض سوف يقل وفي النهاية يمكن القضاء عليه وعندما $B_R = 1$ فان حدوث المرض سوف يكون ثابت.

ان نسبة التولد الاساسية تساعد ايضا على معرفة الذين لم يصابوا على الاطلاق، ويتم ذلك من خلال النظر لا لطريقة التي يعمل بها النموذج (SIR) عند $\Delta \rightarrow t$

ان علماء الرياضيات (كيرماك و ميكاندريك) جاءوا بالمعادلة :

$$S_{\infty} = e \times p (1 - S_{\infty}) B_r$$

حيث ان S_{∞} هو كمية الناس الذين سيبقون دائماً في المجموعة المعرضة للمرض..

1.4 مناعة عتبة القطيع (الماشية) (Herd Immunity Threshold)

تعريف مصطلح مناعة القطيع بأنه عملية لكل الاشخاص "انها تطعيمهم من خطر العدوى بالنسبة لحدوث نقصان في المجتمع "

وبعبارة اخرى مناعة القطيع عندما يكون الجميع تقريباً يملكون هذا المرض وليس هنالك ما يكفي من اولئك الذين لم يكن لديهم هذا المرض .

احد اهداف التطعيم هو خلق مناعة للقطيع في حين وجود كمية الاشخاص المصابين تكون صغيرة جداً .

مناعة عتبة القطيع (H_t) هي النسبة المئوية للسكان الذين يجب ان يكونوا في مأمن من السيطرة على انتقال المرض حيث B_r يساوي واحد

المعادلة التي قدمها ديكمان وهيستريك لمعرفة مناعة عتبة القطيع هي :-

$$H_t = \frac{B_r - 1}{B_r} = 1 - \frac{1}{B_r}$$

اذ ان كمية اللقاحات تزداد ومناعة عتبة القطيع ايضاً تزداد وخلال خفض كمية الناس المعرضين سوف يؤدي الى نقصان مناعة عتبة القطيع ..

1.5 تأثير (فعالية) عدد التولد (Effective Reproductive Number)

العدد التناسلي (التولد) برمز له E_r وهو متوسط عدد الحالات الثانوية الناتجة عن حالة معدية خلال الوباء (المرض) ،

ولحساب هذا العدد سوف نقوم بمضاعفة نسبة التولد الاساسية من قبل عدد من الناس المعرضين للمرض عند الوقت (الزمن) t وهذا هو :

$$E_r = B_r \frac{S_t}{N}$$

عدد التولد الفعال (تأثير عدد التولد) مهم لانه يساعد الباحثين ومسؤولي الصحة على تحديد مدى فعالية الياتها للسيطرة على المرض عندما $E_r < 1$

وان الاليات المتعلقة التي تحتوي على المرض تكون فعالة على النحو الوارد (من مدرسة بيكلي في جامعة كاليفورنيا للصحة العامة).

1.6 السيطرة على عدد التطعيم (Control Vaccination Number)

يرمز له ب C_v وهو متوسط عدد الحالات الثانوية المتولدة عن الحالة اثناء الوباء (المرض) مع السيطرة على اللقاحات ..

ولحساب هذا العدد نستخدم الصيغة التالية :-

$$C_v = B_r [1 - hf]$$

حيث h هي فعالية اللقاح (تأثير اللقاح)

F هو التطعيم اي هو الجزء من السكان (الاشخاص) الذين تم تطعيمهم

هدف الباحثين ومسؤولي الصحة هو امتلاك $C_v < 1$

مع امتلاك $C_v < 1$ نحن قادرون على حساب جزء من السكان (الاشخاص) الذين يحتاجون الى تلقيح كما قدمتها جامعة كاليفورنيا للصحة العامة .

لهذا لدينا $C_v = 1$ ويستخدم الجبر القاعدي للحصول على

$$F > \frac{1 - (1/B_r)}{h}$$

الفصل الثاني

انتشار مرض الجدري (The prevalence of smallpox)

مقدمة.

سنتناول في هذا الفصل احد اهم و اخطر الامراض المعدية وكيفية التنبؤ بسلوك انتشارها و كيفية الحد من انتشاره و السيطرة عليه.

الجدري والمعروف ايضا باسم جدري الدجاج هو مرض شائع يتميز بالطفح الجلدي او الحكة (Skin rash) وينتقل من شخص لأخر عن طريق العطس ، السعال وتقاسم الطعام والشراب ولمس السوائل من قرحة مفتوحة ومن التعرض لخمس دقائق او اكثر ..

وان فترة المناعة للجدري حوالي اربعة عشر الى ستة عشر يوما ويكون الشخص معديا من يوم او يومين قبل بداية الجدري وان الجدري هو مرض معدي للغاية مع احتمال الإصابة 65-85 % و 90% عندما يكون اتصال (مغلق)

قبل اللقاح كان هناك ارتفاع في معدل الوفيات والان وبعد ان اصبح اللقاح متاح اصبح احتمال الوفاة من الجدري هو 0.000093 كما رأينا في معدلات الاعتلال والوفيات

(التقرير الاسبوعي لمركز السيطرة على الامراض).. [10]

ومع ذلك فان التطعيم فقط بنسبة 99% في فعالية السنة الاولى وتنخفض بعد ذلك نسبة التطعيم.

2.1 نموذج SIR والجذري (SIR Model and Varicella)

الجذري هو المرض الذي يمكن معرفته ايضا ب استخدام نموذج SIR وعلى سبيل المثال لدينا 100 شخص وان المزيج متجانس (العدد متجانس) ويكون التجانس هذا منذ حصول المرض شديد العدوى وان الجميع في النهاية سيصابون ..

في الجدولين 1 و 2 هي الحالات المحسوبة ويمكننا حينها ان نرى كم من الناس سوف يكون في كل ولاية في فترة معينة من الزمن ونبدأ مع الجميع سيكونوا معرضين لهذا المرض وفجأة شخص واحد اصاب بالعدوى بفترة استمرت 8 ايام ، في هذه الحالات كان لدينا كل شخص قد تعافى في فترة واحدة وهذا يعني ان معدل التعافي K يساوي واحد ومن المهم ان نلاحظ ان المعادلات 8، 9، 10 لم تستخدم لجعل هذه الحالات لان هذه في اجواء مغلقة فقط

Period	State		
	S	I	R
0	100	0	0
1	99	1	0
2	35	64	1
3	12	23	65
4	4	8	88
5	1	3	96
6	0	1	99
7	0	0	100

Period	State		
	S	I	R
0	100	0	0
1	99	1	0
2	15	84	1
3	2	13	85
4	0	2	98
5	0	0	100

جدول (2) عدد الحالات في كل ولاية

جدول (1) عدد الحالات في كل ولاية

لكل فترة زمنية عند $\alpha = 0.85$

لكل فترة زمنية لكل $\alpha = 0.65$

من الجدول (1) و(2) يمكننا حساب β وبأستخدام $\Delta t = 1$

$$\beta = \frac{S_n - S_{n+1}}{S_n I_n}$$

2.2 اثار معدلات العدوى الكمية والاولية للاشخاص المصابين

(The Effects of Infectious Rate and the amount of Initial Infectious)

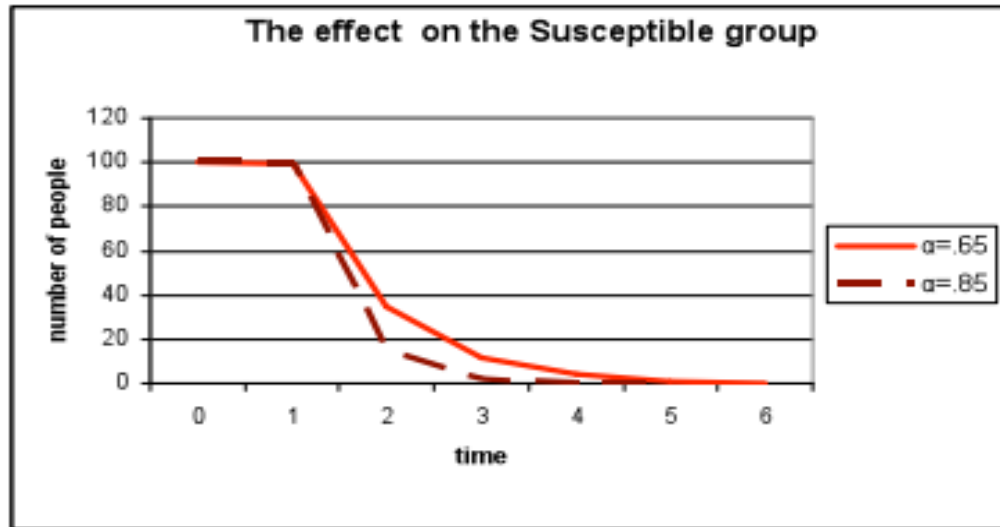
واحد من اهم الاجزاء لنمذجة الامراض هو معدل العدوى ومعدل عدوى الجدري في مكان ما هو ما بين 65 – 85 % حيث تم حسابها بواسطة (Debby Go lonka) [11]

هذا العدد يؤثر على قيمة الاشخاص المعرضين للاصابة ، المصابين والمتعافين والمدة التي يحتاجها كل شخص للاصابة بالمرض والتعافي منه .

الجدول التالية توضح كيف تؤثر معدلات العدوى على مجموعة من الناس المعرضين للاصابة و المصابين والمتعافين .

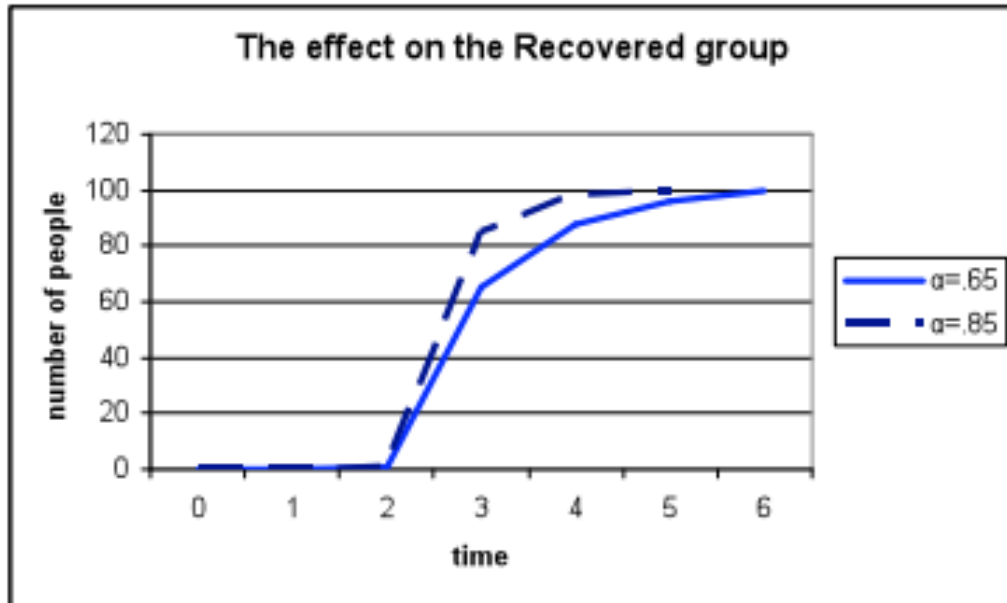
تكون السيطرة على المجموعة الاولى من الاشخاص المصابين بالحالتين

($\alpha = 0.65$ ، $\alpha = 0.85$).



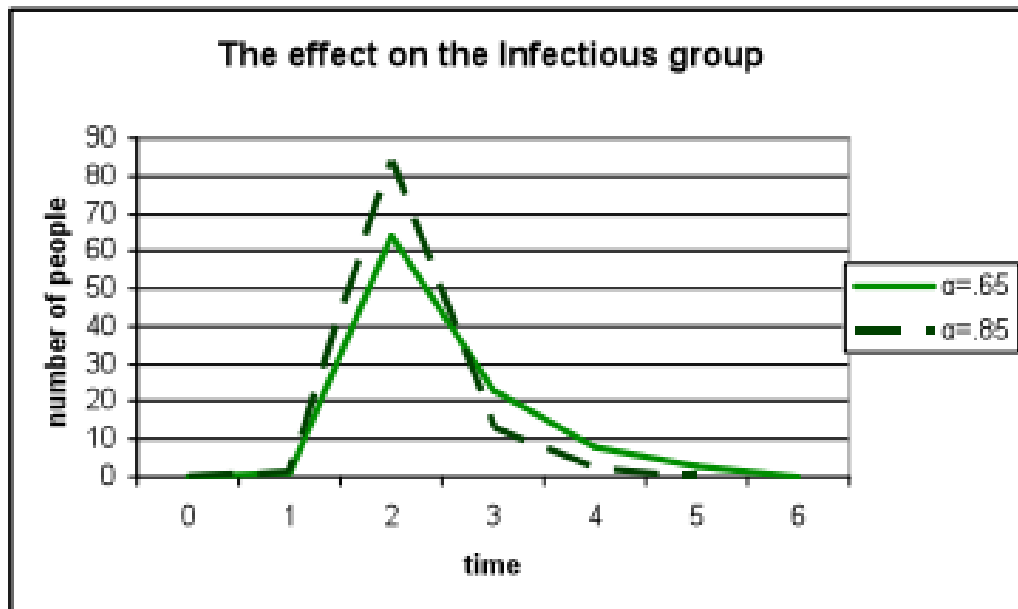
شكل رقم (1)

كمية الاشخاص المصابين (تحمل اكبر الفا) تقل بشكل اسرع من اصغر الفا



شكل رقم (2)

المجاميع المتعافية (الأشخاص المتعافين) تزداد بصورة سريعة من الالف الصغيرة



شكل رقم (3)

يمكننا ان نرى من الشكل (3) ان عدد السكان مع اعلى الف يمتلك اعلى قيمة

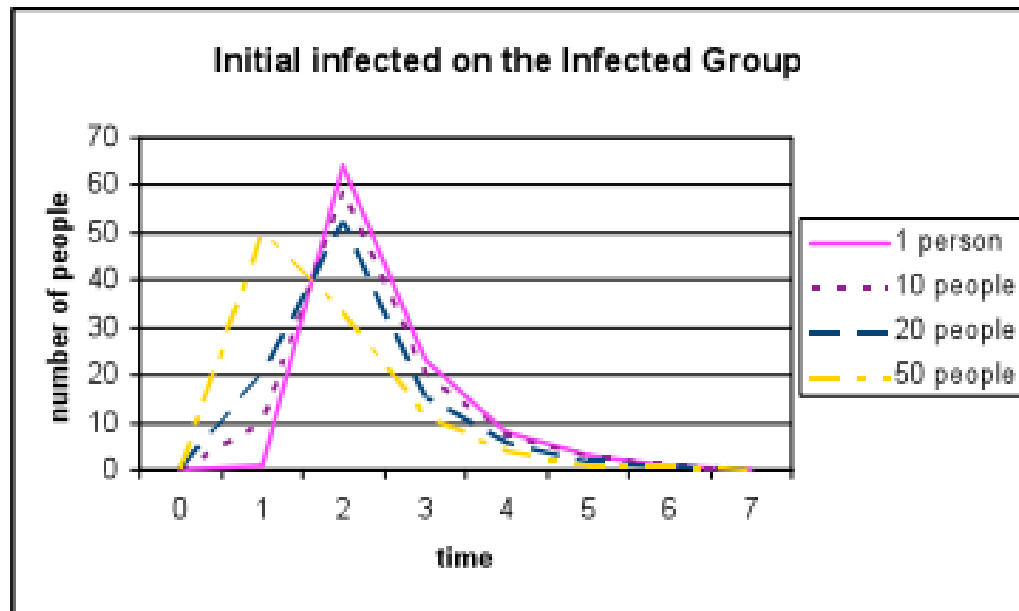
اي انه عندما تصل المجموعات المصابة (المصابين) ل قمتهما واكثر من ذلك عندما تكون
المجاميع المصابة بـ $\alpha = 0.85$ من اصغر الفا

يمكننا ايضا ان نرى انه المصابون ياخذون فترات اطول للوصول للصفر باصغر الفا

وهناك عامل اخر مهم في نمذجة الامراض هو الكمية الاولى للمصابين .

الرسوم البيانية التالية تظهر كيف يؤثر هذا العدد على الناس العرضة للاصابة (المعرضين)،
المصابين والمتعافين

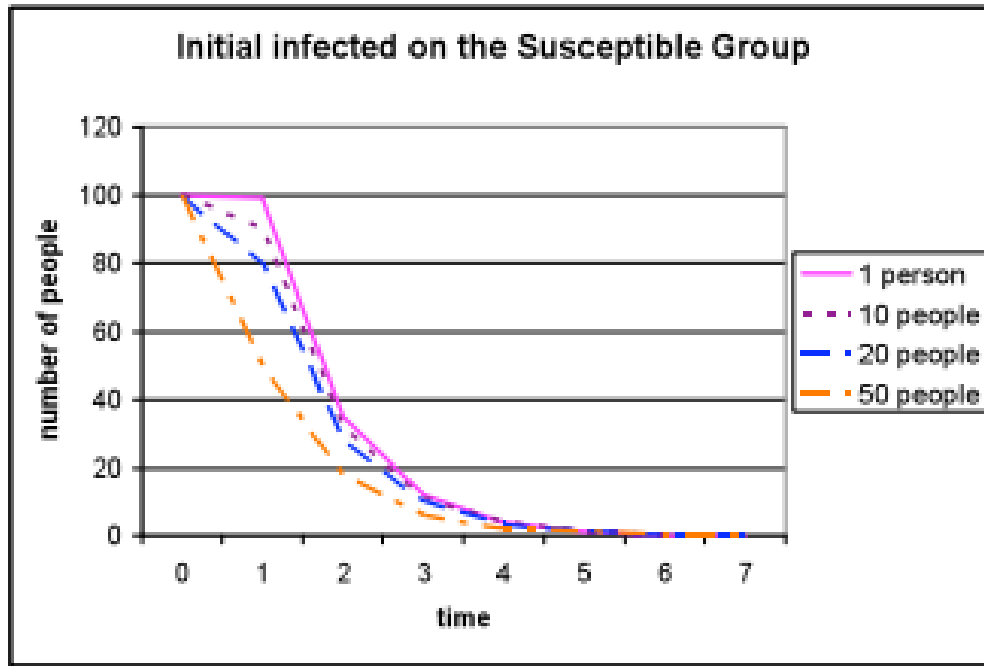
سوف نبقى معدل التلوث (معدل الاصابة) على 0.65



شكل رقم (4)

تأثير الكمية الاولى للاشخاص المصابون بالنسبة للاشخاص العرضة للاصابة (المعرضين)

ومن الشكل رقم (٤) يمكننا ان نرى ان مع زيادة الناس المصابون اوليا والوقت الذي ياخذه
الناس (العرضة للاصابة) هو اقل كما وتزداد الكمية الاولى للاشخاص المصابين وان الخط
الذي يظهر السكان يصبح اكثر انحناء وقل خشونة



شكل رقم (5)

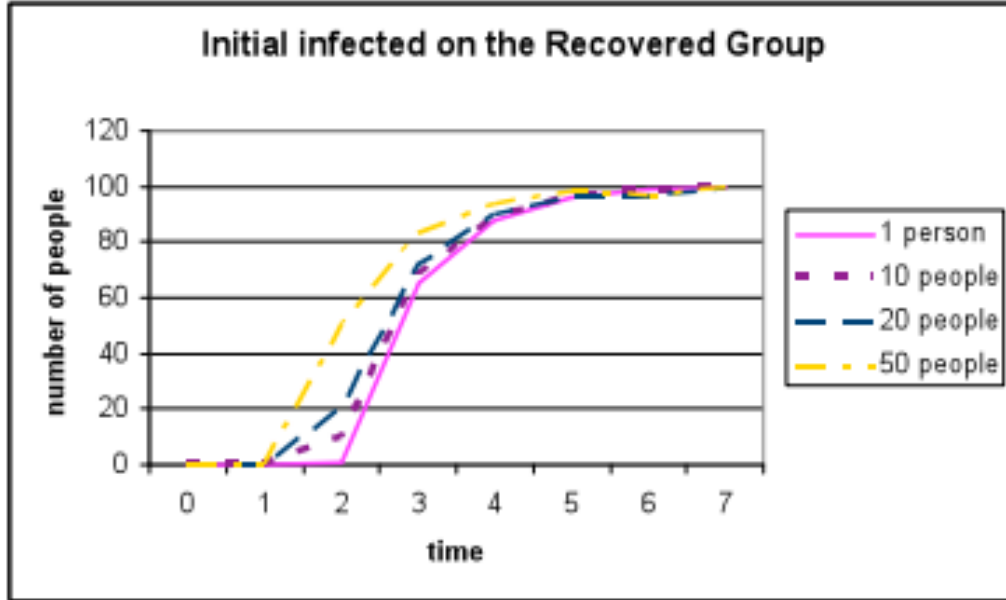
تأثير الكمية الاولى للافراد بالنسبة للمجاميع المصابة

من الشكل رقم (5) بزيادة الكمية الاولى للأشخاص المصابين فإن المجاميع المصابة تتجه بشكل أسرع إلى الصفر .

وأنه من المثير للاهتمام أنه كلما قللنا الكمية (العدد) الأولية ، القمة (الذروة) تزداد .

بالإضافة إلى ذلك أنه عندما العدد (الكمية) الأولى للأشخاص المصابين هو نصف عدد السكان .

وإن ذروة المجاميع المصابة تأتي قبل قمم أو ذروة المجاميع الأخرى عندما تكون الكمية الأولية



شكل رقم (6)

تأثير الكمية الاولى (العدد الكلي) للافراد بالنسبة للمجاميع المتعافية ، (العدد الكلي)
للاشخاص المصابين اقل من نصف عدد السكان .

كما مع المجاميع (الحساسة) العرضة للاصابة يمكننا ان نرى من الشكل (6) عند زيادة كمية
الاشخاص المصابون منذ البداية وان الوقت الذي تستغرقه المجاميع المتعافية لتلتقي هو اقل ،
كما تزداد الكمية الاولى للاشخاص المصابين ، وان الخط الذي يظهر السكان اكثر انحناء واقل
خشونة .

2.3 نسبة التولد الاساسية للجذري

(Ratio Varicella's Basic Reproductive)

كما نعلم ان β ترمز لبداية انتشار الجذري ويمكننا حساب التولد الاساسي

عندما تكون احتمالية الاصابة 65% كما يلي :

$$B_r = \frac{\beta}{k} S_0 = \frac{0.1391}{1} \times 100 = 13.91$$

عندما تكون احتمالية الإصابة 85%

$$B_r = \frac{\beta}{k} S_0 = \frac{0.15595}{1} \times 100 = 15.595$$

للجدري بشكل عام

حيث ان B_R عادتا بين عشرة واحد عشر (13)

والسبب في ان لدينا عدد مختلف من B_R الفعلية ، هو انه لدينا حالتين فقط .

بينما B_R الفعلية تحسب من خلال العديد من الحالات . كما يمكننا ان نرى من وجهة نظرنا ل B_R (ومن B_R الفعلية) انه

($B_R > 1$) وبالتالي لا يمكن القضاء على المرض

(على انه في حالتنا لا يمكن ان يصاب المزيد من الناس)

2.4 نظرية مناعة مجتمع القطيع

(Varicella's Herd Immunity Threshold)

نحن نعرف سبب التولد الاساسي يمكننا ان نجد بداية حصانة القطيع H_1 في حالتنا

عندما يكون احتمال ان تكون مصابا (احتمالية كونك مصاب) هي 65 %

$$H_1 = \frac{B_r - 1}{B_r} = \frac{13.19 - 1}{13.19} = 0.928$$

عندما تكون احتمالية اصابتك هي 85 %

$$H_1 \frac{B_r - 1}{B_r} = \frac{15.595 - 1}{15.595} = 0.936$$

اذا استخدمنا النسب الاساسية لتولد الجدري (Varicella)

يمكننا حساب بداية حصانة القطيع لتكن 0.09 – 0.09167

2.5 عدد التولد الفعال للجذري

(Effective number of smallpox)

يمكننا حساب عدد التولد الفعال E_R للحالتين. نمتلك الجدولين (6,5) حيث يظهران عدد التولد الفعال لكل فترة

t	S	E_R
0	100	13.91
1	99	13.7709
2	35	4.8685
3	12	1.6692
4	4	0.5564
5	1	0.1391
6	0	0
7	0	0

جدول (5)

t	S	E_R
0	100	15.595
1	99	15.43905
2	15	2.33925
3	2	0.3119
4	0	0
5	0	0

جدول (6)

E_R لكل فترة لـ $\alpha = 0.65$

E_R لكل فترة لـ $\alpha = 0.85$

نلاحظ ان $E_r < 1$ في الفترة 4 عندما احتمالية الإصابة تكون 0.65 وفترة 3 عندما احتمالية الإصابة تكون 0.85

وهذا يعني ان اي عمليات تم تنفيذها كانت فعالة

ويمكننا حساب ابعاد الاقصى للناس المعرضين للإصابة $(E_R < 1)$ بشكل عام لمرض الجذري عندما $B_R = 10$

$$\frac{S_1}{N} = \frac{E_R}{B_R} = \frac{1}{10} = 10\%$$

اي اقل من عشره في المائة من السكان سيكونون عرضة للإصابة لكل $E_r < 1$

وتتغير سياسات السيطرة بشكل فعال عندما $B_R = 12$

$$\frac{S_1}{N} = \frac{E_R}{B_R} = \frac{1}{12} = 0.083$$

اي اقل من 8.3 بالمائة من السكان سيكونون عرضة للإصابة لكل $E_R < 1$ وتنفيذ سياسات السيطرة بشكل فعال .

2.6 مراقبة اعداد التطعيم للجذري

(Varicella's Control Vaccination Number)

يمكننا حساب السيطرة على اعداد التطعيم C_V للجذري وقد اظهرت الابحاث ان هذا اللقاح له فعالية بنسبة 99 % في السنة الاولى وبعد الثماني سنوات فعاليته تنخفض ل 87 % (12)

وتغطية نسبة التطعيم ضد الجذري بين المراهقين لعام 2007 كانت 75.7 % لجرعة واحدة و 18.8 % للجرعة الثانية (14). قمنا بحساب C_V لمختلف B_R و لجرعات ذات كفاءات مختلفة كما مبين في الجداول 7 و 8

B_R	C_V , 1 dose	C_V , 2 doses
10	2.5057	8.1388
11	2.75627	8.95268
12	3.00684	9.76656

B_R	C_V 1 dose	C_V 2doses
10	3.4141	8.3644
11	3.75551	9.20084
12	4.09692	10.03728

جدول (7)

C_V لجرعات و B_R مختلفة عندما

$$h=0.99$$

جدول (8)

C_V لجرعات و B_R مختلفة

في الجدولين 7 و 8 يمكننا ان نرى انه بين المراهقين في عام 2007 والبحوث والمسؤولين الصحيين لم يصلوا لهدفهم في الحصول على $C_V < 1$.

يمكننا حساب ما تحتاجه التغطية من اجل الحصول على $C_V < 1$ وستكون هذه التغطية هي نفسها بالنسبة لجرعة واحدة او جرعتين وهذا ما يظهر في الجداول الاتية (جدول 9 و 10)

B_R	f
10	0.90909
11	0.91827
12	0.925926

جدول (9)

كمية اللقاح اللازمة لمختلف B_R

$$h=0.99$$

B_R	f
10	1.03448
11	1.0449
12	1.05393

جدول (10)

كمية اللقاح اللازمة لمختلف B_R

$$h=0.87$$

يمكننا ان نرى من الجدولين 9 و 8 انه عندما تكون الفعالية 99 % فانه ما بين 92.6 - 90.9% من السكان بحاجة للتلقيح من اجل $C_V < 1$

وعندما تكون الفعالية 87 % فانه ما بين 105.4 – 103.4 % من السكان بحاجة للتلقيح من اجل $C_V < 1$

ومع ذلك انه من غير الممكن تلقيح اكثر من 100% من السكان وبالتالي عندما يكون التطعيم الفعال 87% فان الباحثين والمسؤولين الصحة غير قادرين للوصول لهدفهم في الحصول على $C_V < 1$

هذا ما يظهر في الجدول التالي

B_R	Vaccination Coverage									
	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
10	9	4.5	3	2.25	1.8	1.5	1.286	1.125	1	0.9
11	9.090	4.545	3.030	2.273	1.182	1.515	1.299	1.136	1.010	0.909
12	9.166	4.583	3.056	2.292	1.833	1.528	1.310	1.146	1.019	0.917

جدول رقم (11)

يمكننا ان نرى من الجدول (11) نغض النظر عن سبب التولد الاساسي تحتاج التغطية الى ان تكون 90 % او اكثر من ذلك لتكون كفاءة التطعيم (التلقيح) ممكنة .

الجدول التالي جدول رقم (12) يعطي ما يجب ان تكون عليه التغطية من اجل الحصول على $C_v < 1$ و 100% كفاءة لمختلف نسب التولد الاساسية .

B_R	vaccination coverage for 100% vaccination efficiency
10	90%
11	90.90909%
12	91.66667%

جدول رقم (12)

يجب ان تكون التغطية لديها كفاءة 100% لمختلف نسب التولد الاساسية

وبالتالي من اجل الحصول على $C_v < 1$ مع 100% من فعالية التلقيح

نحن يجب ان نحتاج لتلقيح فقط من 91.666 - 90 من السكان .

الاستنتاج (Conclusion)

يستخدم نموذج **RTR** في نمذجة الامراض المعدية عن طريق احتساب كمية الناس المعرضة للإصابة من مجتمع مغلق او مصابة او متعافية في فترة معينة من الزمن .

ويستخدم النموذج ايضا من قبل الباحثين ومسؤولي الصحة لشرح الزيادة والنقصان في الناس الذين يحتاجون الى رعاية طبية لمرض معين اثناء الوباء .. ومن الارقام التي تم انشائها بواسطة نموذج **SIR** يمكن للمسؤولين الصحيين حساب الارقام المختلفة التي تسمح لهم لمعرفة فيما اذا كانت السياسات المتبعة فعالة واذا كان حدوث المرض في تزايد او تناقص او في حالة مستقرة ، وقد استخدمنا الجدري على كيفية عمل نموذج **SIR** ومع ذلك فان هذا النموذج لديه بعض المشاكل غير الملائمة وعدد السكان يجب ان يكون ثابتا ومتجانسا ، ولا يأخذ النموذج اي تباين في المرض بين الناس في الجنس او السلالة او العمر .

نموذج **SIR** هو الاساس لنماذج اخرى مماثلة ،مثل نموذج **SI** الذي يعرف ايضا كـ **SIS** وهو النموذج الذي يشفى فيه الشخص حامل المرض وهذا الشخص يكون عرضة للإصابة مجدداً .

هنالك ايضا نموذج (**SEIR**) حيث يتم تصنيف الناس على انهم عرضة للإصابة ، مصابون او متعافون . ويمكن تعديل نموذج (**SEIR**) بحيث يشمل الاختلاف بسبب التغيرات الموسمية كما رأينا من قبل بوش وايرن .(2).

References

1. Bauch, Chris, and David Earn. "Interepidemic Intervals in Forced and Unforced SEIR models." *Dynamical Systems and Their Applications in Biology*. Ed. Shigui Ruan, Gail S. Wolkowicz and Jianhong Wu. New York: American Mathematical Society, 2003. 33-43.
2. Rhodes, John A., and Elizabeth S. Allman. *Mathematical Models in Biology : An Introduction*. New York: Cambridge UP, 2003. 280-301.
3. Smith, David, and Lang Moore. "The SIR Model for Spread of Disease." *MathDL*. Dec. 2001. MMA. Fall 2008
4. Diekmann, O., and J. A. Heesterbeek. *Mathematical Epidemiology of Infectious Diseases : Model Building, Analysis and Interpretation*. New York: John Wiley & Sons, Incorporated, 2000
5. Iannelli, Mimmo. "The Mathematical Modeling of Epidemics." *Mathematical Models in Life Science: Theory and Simulation*. 1 July 2005. Florida Gulf Coast University
6. Getz, Wayne M., and James O. Lloyd-Smith. "Basic Methods for Modeling the Invasion and Spread of Contagious Diseases." *DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science* (2005): 1-23.
7. Hackborn, Bill. "Susceptible, Infected, Recovered: the SIR model of an Epidemic." *University of Alberta: Augustana*. Fall 2008
8. Keeling, Matt. "The mathematics of diseases." *Plus Magaazine: Living Mathematics*. Mar. 2001. Fall 2008
9. School of Public Health. "Concepts for the Prevention and Control of Microbial Threats." *Center for Infectious Diseases and*

Emergency Readiness. June 2006. University of California Berkeley.

10. Center for Disease Control. "Summary of Notifiable Diseases --- United States, 2006." Morbidity and Mortality Weekly Report. 31 Mar. 2008. Center for Disease Control and Prevention.
11. Golonka, Debby. "Chickenpox (Varicella)." Web MD. 21 May 2008. Healthwise.
Peary, Karen. "Study shows drop in effectiveness of chicken pox vaccine." Yale Bulletin and Calendar. 27 Feb. 2004. Yale
12. Anderson, Roy M., Robert M. May, and B. Anderson. Infectious Diseases of Humans Dynamics and Control (Oxford Science Publications). New York: Oxford UP, USA, 1992.
13. "USA Teen Vaccination Coverage Increasing, But Below 2010 Goals." Medical News Today. 13 Oct. 2008.