

قائمة المحتويات

ت	الموضوع	الصفحة
	مقدمة	
	الفصل الاول نماذج المالية وسوق المال	
١-١	النماذج المالية وسوق المال	
٢-١	استراتيجيات الاستثمار	
٣-١	تطبيق النموذج شجرة ذات الحدين	
٤-١	النماذج الموسعة	
	الفصل الثاني ادارة المحافظ	
١-٢	المخاطر	
٢-٢	العديد من الاوراق المالية	
٣-٢	الحد الأدنى لتباين الخط	

الخلاصة

يتضمن هذا العمل دراسة لبعض النماذج الرياضية المتعلقة بالاسواق المالية وكيفية الاستفادة وتطبيقها في الواقع الحالي من خلال طرح بعض النماذج البسيطة وبنائها تدريجيا الى الوصول الى نماذج اكثر تعقيدا واكثر فائدة واستخدام

يتكون هذا العمل من فصلين الفصل الاول يتحدث عن النماذج المالية وسوق المال والفصل

الثاني يناقش ادارة المحافظ

مقدمه :-

وبعد مناقشه عدد من نماذج مختلفة من ديناميكيات سعر الدرهم ونحن الان تعميم ومتابعه ابعد قليلا بعض الافكار التي ادخلت في الفصل على وجه الخصوص ونحن يجب اعادة صياغه وتوسيع المفاهيم والافتراضات العامة التي يقوم الرياضيات المالية التي سيتم ذكرها في هذا الفصل

كما هو الحال في الفصل الثالث ، ونحن نفترض ان يفوت الخطوات من طول T ثابت لكميات تعتمد الكثير من الوقت يجب علينا تبسيط وتدوينها من خلال كتابة n في مكان

الزمن $t_n = t$ تسلا الخطوة النونية .

١- النماذج المالية وسوق المال

لنفترض ان (m) سيتم تداول الاصول الملفوفة بالمخاطر هذه سيتم يشار الى اسهم اسعارها في وقت $n=0,1,200$ وتدل بواسطة $s_0(n), s_1(n), \dots, s_m(n)$ وبالإضافة الى ذلك يتعين على المستثمرين تحت تصرفهم الاصول الخالية من المخاطر التي هو استثمار في سوق المال . مالم ينص على خلاف ذلك ، ونحن نأخذ مستوى الاول للاستثمار الخالي من المخاطر ان تكون وحدة واحدة من العملة في النهاية وهناك $A(0)=1$ ومع ذلك في بعض الامثلة العددية والتمارين سنتخذ في كثير من الاحيان $A(0)=100$ للسهولة لان سوق المال في حساب يمكن تصنيفها باستخدام السندات ، ونجب الرجوع في كثير من الاحيان الى استثمار خالية من المخاطر كما وضع في السندات وايجاد انه من المناسب التفكير في (n)

حيث ارتفع سعر السندات في وقت (n) مواقف محفوفة بالمخاطر في اصول عدد $m, 1,000$ سيتم الرمز بواسطة $X_1, \dots, X_m$ على التوالي موقف خالية من المخاطر y ثروة المستثمر عقد مثل هذه المواقف في وقت n سيكون

$$V(n) = \sum (x_j s_j(n) + y A(n))$$

يمكن بسهولة الافتراضات 1.1 الى 1.5 من الفصل الاول ان تتكيف مع هذا الاعداد العام . الدافع وتفسير هذه الافتراضات مع التغيرات الطبيعية من واحد الى عدة خطوات الوقت ومن واحد عدة الاصول المحفوفة بالمخاطر.

(١.١.١) الافتراض (العشوائية)

اسعار الاسهم في المستقبل $S_1(n), \dots, S_m(n)$ هي المتغيرات العشوائية الاتي $n=1,2,\dots$
الاسعار في المستقبل $A(n)$ من الامن الخالية من المخاطر لأي $n=1,2,00$ معروفة الاقام .

الافتراض (الاجابية من الاسعار) (٢-١-١)

جميع اسعار الاسهم والسندات ايجابية بدقة :

$$S(n) > 0 \text{ and } A(n) > 0 \text{ for } n = 0, 1, 2, \dots$$

الافتراض (القسمة / السيولة والبيع القصير) (٣.١.١)

مستثمر قد تشتري وتبيع وعقد اي X_k عدد الاسهم من كل نوع $K=1,000$ واتخاذ اي مواقف خالية
من المخاطر في الموقع y سواء عدد صحيح او الكسور سلبية موجبة او صفر . بشكل عام

$$X_1, \dots, X_m, y \in \mathbb{R}$$

الافتراض (الملاءة المالية) (4-1-1)

يجب ان يكون ثروة من المستثمر غير سالب في جميع الاوقات

$$V(n) \geq 0 \text{ for } n = 0, 1, 2, \dots, 000$$

الافتراض (وحدة منفصلة الاسعار)

(5-1-1)

لكل $n=1,2,000$ لا اسعار الاسهم $S_1(n), \dots, S_m(n)$ متغيرات عشوائية فقط مع عدد محدد
من القيم .

استراتيجيات الاستثمار (1-2)

مواقع كانت تحتلها قبل المستثمرين في الأصول الخطرة والخالية من المخاطر يمكن تغييرها في أي وقت خطوة عن طريق بيع بعض الأصول واستثمار العائدات في الأصول الأخرى في الحياة الحقيقية التي يمكن اتخاذها النقدية من المحفظة للاستهلاك أو تطعيمها بمصادر أخرى ومع ذلك ، ونحن نفترض أن أي استهلاك أو تطعيم الأموال تجري في نماذجنا لا بقاء الأمور بسيطة بقدر الامكان .

تستند القرارات المتخذة من قبل مستثمر من حين لتغير له أو محفظة لها وعدد الأصول لشراء أو بيع على المعلومات المتوفرة حالياً نحن نذهب لاستبعاد احتمال غير المرجح أن المستثمر يمكن أن يتنبأ المستقبل ، وكذلك على الأرجح إلى حد ما واحدة أنها ستعمل على معلومات من الداخل ومع ذلك فإن جميع المعلومات التاريخية حول السوق صعوداً وذلك حتى لحظة مرة عندما يتم تغيير قرار تجاري معين سوف تكون متاحة بالحرية

مثال/ (1-2-1)

لتكن $m=2$ وتعرض أن

$$S_1(0) = 60, \quad S_1(1) = 65, \quad S_1(2) = 75$$

$$S_2(0) = 20, \quad S_2(1) = 15, \quad S_2(2) = 25$$

$$A(0) = 100, \quad A(1) = 110, \quad A(2) = 121$$

في السيناريو سوق معينة . في وقت 0 ستثمر الثروة الأولية $V(0) = 3,000$ دولار في سندات مكونة من $X_1(1) = 20$ سهم عدد الاسهم واحد $X_2(1) = 65$ عدد الاسهم اثنين و $y(1) = 5$

اتفاقية تشكيلنا هي استخدام 1 بدلا من ٥ كما الوسطية في $X_1(1)$, X_2 , $y(1)$ لنعكس حقيقة ان هذه السندات سيعقد خلال خطوة لأول مرة . في وقت هذه السندات ستكون قيمتها

$$V(1) = 20 \times 65 + 65 \times 15 + 5 \times 110 = 2.825$$

Dollars

في ذلك الوقت عدد من الاصول يمكن تغيير عن طريق شراء او بيع بعض منها ، وطالما بقيت القيمة الاجمالية \$2,835 على سبيل المثال يمكن ان تشكل او تتألف منظمة العفو الدولية X_1 $15 = (2)$ سهم من الاسهم واحد $95 \times 2 (2) 6X2$ باوند $y(2) = 4$ والذي سيعقد خلال الفترة الثانية خطوة قيمة هذه

$V(2) = 15 \times 75 + 94 \times 121 = 3,959$ \$ في الوقت ٢ الذي كان فيه مناصب في الاسهم والسندات يمكن تعديلها مرة اخرى طالما ان مجموع ما تبقى قيمة \$3,959 الى اخره اذا تم اجراء اي تعديلات على السندات الاصلية بعد ذلك سوف يكون من المفيد \$ 2,825 في الوقت 1 , 3,730 \$ في وقت 2 .

تعريف (2-1 - 2)

محفظة هو متجه $y(n)$, $X_m(n)$, ..., $X_1(n)$ مما يدل على عدد من الاسهم والسندات التي تحتفظ بها المستثمر بين اوقات $n, u-1$ يطلق على تسلسل المحافظ فهرستها من قبل

$n=1,2000$ تسمى استراتيجية الاستثمار ثروة المستثمر او قيمة استراتيجية في الوقت $n \geq 1$

هي

$$V(n) = \sum (X_j(n) S_j(n) + y(n) A(n))$$

وفي الوقت $n=0$ ونظر للثروة الاولى

$$V(0) = \sum (X_j(0) S_j(0) + y(1) A(0))$$

لقد رتبنا في المثال ان محتويات محفظة يمكن تعديلها عن طريق شراء او بيع الاصول في اي خطوة الوقت طالما القيمة الحالية للمحفظة تبقى دون تغيير

تعريف (3- 2 -1)

ويسمى استراتيجية الاستثمار التمويل اذا كانت السندات سيدت في وقت $n \geq 1$ التي ستعقد على مدى المرة التالية التي يتم تمويلها خطوة $n+1$ بالكامل من قبل $V(n)$ ثروة الخالي وهذا هو :

$$\sum X_j (n+1) S_j (n) + y (n+1) A (n) = V (n)$$

مثال // (4 - 2-1)

دع اسعار الاسهم والسندات تكون كما هو الحال في المثال (٣-٢-١) لتفترض ان ثروة يتم استثمار

$V(0) = 3,000$ من خلال شراء $X(1) = 18.22$ سهم من اسهم الاول البيع المكشوف $X_2(1) = 16.81$ = سهم من الاسهم الثاني ، شراء $y(1) = 22.43$ وسوف يستفيد المستثمر

$45 - 3,399 = 110 \times 65.43 \times 18.22 = V(1)$ \$ من الانخفاض في السعر السهم قلل . هذا المثال يوضح حقيقة ان يسمح محافظ تحتوي على ارقام كسور او السلبية الاصول.

نحن لا نفرض اي قيود على $y(n), X_m(n), \dots, X_1(n)$ ويشار الى حقيقة انها يمكن ان تأخذ قيم غير صحيحة على انها القسمة تعني $X_i(n)$ ان عدد الاسهم z يباع قصيرة وبعبارة اخرى موقف قصيرة يؤخذ في الاسهم وتعني $y(n)$ يناظر الافتراض النقدية (اتخاذ موقف قصيرة في سوق المال على سبيل المثال عن طريق اصدار وبيع السندات) .

عدم وجود اي حدود على حجم هذه الارقام تعني ان السوق هو السائل وهذا هو ، اي عدد من الاصول من كل نوع يمكن شراؤها او بيعها في كل وقت.

في الممارسة العملية يمكن تنفيذ بعض الاجراءات الامنية للسيطرة على البيع على المكشوف من قبل البورصات عادة يطلب من المستثمرين لدفع نسبة معينة من البيع على المكشوف كتأمين الامن لتغطية الخسائر المحتملة اذا تجاوزت خسائرهم ايداع يجب ان تكون مغلقة موقف ايداع خلق عبئا على السندات ولا سيما اذا كان لا يحصل على فائدة للمستثمر ولكن القيود من هذا النوع قد لاتهم التجار الذين يعملون لصالح المؤسسات المالية الكبرى اعداد كبيرة من الاسهم اودعتها صغار المستثمرين . يمكن استعادة هذه الاسهم داخليا بدلا من البيع على المكشوف .

مثال (1 - 2 - 5)

نواصل على افتراض ان اسعار الاسهم ببيع سياريو مثال (1 - 2 - 4) نفترض ان 20 سهم من الاسهم الاولى تباع قصيرة $20(1) = 20$ ويقوم المستثمر باستحصال $20 \times 60 = 1,200$ \$ نقدا ولكن لديه لدفع عربون امن 6 ويقول 50% وهذا هو 600\$ في وقت لاحق خطوة واحدة مرة انها سوف تعاني من فقدان $20 \times 65 - 1,200 = 100$ \$ يمكن ان تكون مغلقة عن طريق سحب رصيد $600 - 100 = 400$ \$ دولار من ناحية اخرى اذا ما قلا 60 سهم من الاسهم ثاني ، هذا هو $60(1) = 60$ ثم يقوم المستثمر تخفيف الربح من - 2,200 $60 \times 15 = 300$ \$ بعد الخطوة مرة واحدة . موقف يمكن ان يكون مغلقة مع ثروة النهائية $600 + 300 = 900$ \$ في كلتا الحالتين يجب ان يتم تخفيض الرصيد النهائي من $600 \times 0.1 = 60$ \$ والنتيجة التي كان يسكن تخفيضها على المبلغ المودع قد استثمرت في السوق المال .

مستثمر بناء السندات في وقت n ليس لديها القدرة على علم الاسعار الاسهم في المستقبل . على وجه الخصوص ولا يسمح التمويل من الادخال قرارات الاستثمار ولا يمكن ان يقوم الا على اداء السوق حتى الان .

تعريف (1- 2- 6)

ويسمى استراتيجية استثمارية يمكن التنبؤ بها اذ لكل، $n=0,1,2, \dots$ ، سندات $v(n+1) X_1(n-1) \dots X_m(n+1)$ التي تشيدت في وقت n يعتمد فقط على العقد من شجرة سيناريوهات السوق وصلت حتى الان وبما ذلك الوقت n .
يظهر اقتراح المقبل ان الموقف الذي اتخذه في الأصول الخالية من مخاطر يتحدد دائما من الثروة الحالية والمواقف في الاصول المحفوفة بالمخاطر.

اقتراح (1- 2- 7)

ونظر للثروة الاولية $V(0)$ يمكن التنبؤ بالتسلسل $(X_1(n), \dots, X_m(n))$ من المناصب في الاصول الخطرة فمن الممكن دائما العثور على تسلسل $(y(n), X_m(n), \dots, X_1(n))$ هي استراتيجية يمكن التنبؤ بها الاستثمار التمويل الذاتي.

اثبات

$$Y(1) = v(0) - x_1(1) s_1(0) - \dots - x_m(1) s_m(0)$$

رثم حسب

$$V(1) = X_1(1) S_1(1) + \dots + X_m(1) S_m(1) + y(1) A(1)$$

ومن ثم :-

$$V(1) - X_1(2) S_1(1) - \dots - X_m(2) S_m(1)$$

$$A(1)$$

$$V(2) = X_1(2) S_1(2) + \dots + X_m(2) S_m(2) + y(2) A(2)$$

وما الى ذلك . هذا يحدد بوضوح استراتيجية التمويل الذاتي . وتمثل الاستراتيجية يمكن التنبؤ بها بسبب $y(i+1)$ يمكن التعبير عنها من حيث الاسعار الاسهم والسندات حتى وقت i .

مثال (1-2-8)

عثر على عدد من السندات $y(1)$, $y(2)$ التي عقدت من قبل مستثمر خلال الخطوات الاولى والثانية من استراتيجية يمكن التنبؤ بها الاستثمار التمويل الذاتي مع الاولى قيمة $V(0) = 200$ دولار ومواقف الاصول المحفوفة بالمخاطر

$$X1(1) = 35.24 , X1(2) = -40.50$$

$$X2(1) = 24.18 , X2(2) = 10.13$$

اذا كانت اسعار الاصول تتبع سيناريو المثال (1-2-5) ايضا العثور على قيمة $V(1)$ الوقت 1 وفي الوقت 2 من القيمة $V(2)$ من هذه الاستراتيجية .

مثال (1-2-9)

مره اخرى ، لتفرض ان اسعار الاسهم والسندات تتبع سيناريو مثال (8.2.1) اذا مبلغ $V(0) = 100$ \$ ثم استثمار في السندات مع $y(1) = 2$ و $X2(1) = 31$, $V1(1) = 12$ ثم من شأنه ان يودي الى الاعسار لان القيمة الزمنية 1 من هذه السندان هو سلبي - $V1 = -95$ $12 \times 65 = 31 \times 15 = 2 \times 110$

سيكون لهذه السندات . التي استبعدت من قبل الافتراض 4-4 هو بناء في الممارسة العملية لن يسمح لأي مواقف قصيرة الا انها يمكن امن تكون مغلقة في اي وقت وفي اي سيناريو اذا كان n محفظة لجميع المال).

وهذا يعني ان ثروة المستثمر يجب ان يكون غير سالب في جميع الاوقات ويطلق استراتيجية مقبولة اذا كان التمويل الذاتي ويمكن التنبؤ بها ولكل $v(n) \geq 0$ مع احتمال 1

مثال (1-2-10)

النظر في السوق تتكون من اصل واحد خالية من المخاطر مع $A(0) = 10$ \$ $A(1) = 17$ \$ الاصول 6 واحدة محفوفة بالمخاطر $S(0) = 10$ \$ $S(1) = 13, 19$ \$ على X وعلى X, y كل مجموعه من المحافظ (x, y) هذه ان الاستراتيجية خطوة واحدة تنطوي على مخاطرة موضع X خالية من المخاطر في موضع y هي مقبولة

مبدأ لا تحكيم (1-2-11)

ونحن على استعداد لصياغة المبدأ الاساسي وراء كل من النماذج الرياضية في مجال التمويل فانه يعمم نسخة من خطوة واحدة مبسطة من مبدأ لا تحكيم في الفصل الاول الى النماذج مع عدة خطوات الوقت والعديد من الاصول الخطرة . في حين ان فكرة وجود سندات كافية ليعلن اصدار خطوة واحدة في الاعداد العام نحن بحاجة الى استخدام سلسلة من المحافظ تشكيل استراتيجية استثمارية مقبولة وذلك لان يمكن للمستثمرين توفيق اوضاعها في كل خطوه من الوقت.

الاقتراض (مبدأ لا تحكيم) (1-2-12)

لا يوجد استراتيجية مقبولة بحيث $V(0) = 0$, $V(n) > 0$ مع احتمال

ايجابية لبعض $n = 1, 2, \dots, 000$

مثال:-

بين ان المبدأ لا تحكيم ستنتهك اذا كان هناك استراتيجية يمكن التنبؤ بها على التمويل الذاتي مع قيمة الاولية

$V(0) \geq 0$ والقيمة النهائية $V(2) \geq 0 \neq 0$ بحيث $V(1) < 0$ مع احتمال ايجابي الاستراتيجية في التمرين ينتهك بوضوح الملاء المالية افتراض من $V(1)$ قد يكون سلبيا في الواقع وهذا الافتراض ليس من الضروري لصياغة مبدأ لا تحكيم استراتيجية مقبولة تحت فرصة المراجعة يمكن العثور كلما كانت هناك استراتيجية التمويل الذاتي يمكن التنبؤ بها بحيث $V(n) \geq 0 \neq 0$ $V(0) = 0$ لبعض $n > 0$

مثال (1- 2- 13)

النظر في السوق مع اصل واحدة خالية من المخاطر والاصول المحفوفة بالمخاطر واحدة الذي يتبع نموذج شجرة ذات حدين لنفترض انه كلما الاسهم ترتفع يمكنك التنبؤ انه سيسجل في الخطوة التالية العثور على التمويل الذاتي (ولكن ولأيمكن التنبؤ بها بالضرورة) استراتيجية مع $0 \neq V(2) \geq 0$ $V(1) = 0$ يبين هذا التمرين الى ان القدرة على التنبؤ هو افتراض اساسي في المبدأ الا تحكيم . المستثمر الذي يمكن التنبؤ بالسلوك المستقبلي لا سعار الاسهم (هنا اذا يذهب الاسهم الى الانخفاض في خطوة واحدة. يمكنك التنبؤ بما سيفعله في الخطوة التالية) سوف تكون دائما قادرة على ايجاد استراتيجية الاستثمار المناسبة لضمان مجانا مخاطر الربح .

مثال (1- 2- 14)

النظر في السوق مع الاصول الحالية من المخاطر مثل $A(2)$, $A(1) = 110$, $A(0) = 100$, $\$12 =$ والاصول المحفوفة بالمخاطر والسعر الذي يمكن ان يتبع ثلاثة سيناريوهات محتملة

Scenario	s(0)	S(1)	S(2)
W1	100	120	144
W2	100	120	96
W3	100	90	96

ان هناك فرصه المراجعة اذا (a) لا يوجد قيود على البيع على المكشوف و (b) لا يسمح بالبيع على المكشوف من الاصول المحفوفة بالمخاطر ؟

مثال (١٥-٢-١) :- انظر الى السندات واسعار الاسهم في التمرين (4-2-1) هناك موازنة الاستراتيجية اذا ما سمح البيع على المكشوف من الاسهم ولكن يجب ان يكون عدد الوحدات لكل اصل في سند عدد صحيح ؟

مثال (١٦-٢-١) :- وبالنظر الى اسعار السندات والاسهم في التمرين (١٥-٢-١) هناك استراتيجية التحكم اذا سمح البيع على المكشوف من الاسهم ولكن تكاليف المعاملات من 5% من حجم المعاملات تطبيق كلما يتم تداول الاوراق المالية .

تطبيق النموذج شجرة ذات الحدين (3-1)

سوف نرى ان نموذج شجرة ذات الحدين مع عدة الخطوات الحالة 2-3 ما يعادل لعدم وجود موازنة .

اقتراح (1-3-1)

نموذج شجرة ذات الحدين يعترف اي التحكيم اذا فقط اذا $d > r > u$.

اثبات :-

نبدأ مع الخطوة واحدة شجرة ذات الحدين . وبعد ذلك يتم استمرار هذه بوصفها لينة في حالة وجود عدة خطوات الوقت .

خطوة واحدة . لنفترض ان $r \geq d$ اذا كان الامر كذلك ثم :

الاقتراض 1 دولار في معدل المخاطر

شراء $1/S(0)$ سهم

وهذا هو القول بناء محفظة مع $y = -1$ $X = 1/s(0)$ قيمة منها $V(0) = 0$ بعد خطوة واحدة
اما

$$S(1) = S(0) (1+u) , V(1) = -r + u \text{ او } S(1) = S(0) (1+d) , V(1) = r + d \geq 0 > 0$$

مما يؤدي الى التحكيم

لنفترض ان $u \leq r$ في هذه الحالة :-

شراء جنيته واحد .

البيع العلني $1/S(0)$ سهم

السندات الناتجة مع $y=1, X=-/ S(0)$ زمرة واحدة تعطي له قيمة الاولى $V(0) = 0$ بعد خطوة واحدة هذه السندات ستكون $V(1) = r - u \geq 0$ اذا كان يذهب الى اسفل ويدركون ايضا فرصه المراجحه .

واخيرا لنفترض ان $d > r > u$ كل سند $V(0)=0$ يجب ان تكون النموذج $y, X = a / S(0)$ $a = -$ وبالنسبة لبعض العدد الحقيقي .

النظري الحالات الثلاثة التالية :-

١- $A=0$ (مجموعه بسيطة تتكون من اي مبالغ نقدية ولا يوجد مخزون) ثم $V(1) = 0$ مماثلة

٢- $a > 0$ (قرضا نقديا في المخزون) ثم $v(1) = a(d-r) < 0$ اذا كان سعر السهم منخفض

٣- $a < 0$ (جنبنا الى جنب الموقف في البرك بتمويل من بيع الاسهم على المكشوف)

$V(1) = a(u-r) < 0$ اذا الاسهم ترتفع .

التحكم هو المستحيل بوضوح $d < r < u$ الحجة المذكورة اعلاه يبين ان $d < r < u$ فقط اذا كان هناك اي موازنة في حالة خطوة واحدة عدة خطوات السماح $d < r < u$ وتعترض وجود استراتيجيه التحكم ويمكن اعتبار شجرة اسعار الاسهم كمجموعه a من الاشجار دون خطوة واحدة كما في الشكل 4-1 من خلال اتخاذ اصغر u التي $V(n) \neq 0$

يمكننا العثور على شجرة دون خطوة واحد مع $V(n-1)$ تزيد من هذا الجذر مع $V(n) > 0$ في واحد او اكثر من هذه العقد من قبل حالة واحدة هذا مستحيل اذا $d < r < u$ مما يؤدي الى التناقض

شكل 4-1 الاشجار دون خطوة واحدة في نموذج ذي الحدين من خطوتين

على العكس من ذلك ، لنفرض انه لا يوجد موازنه في نموذج شجرة ذات حدين مع عدة خطوات . ثم اي استراتيجية بحيث $V(0) = 0$ ويترتب على ذلك $V(n) = 0$ تكون n وعلى وجه الخصوص $V(1) = 0$ وهذا بسيط $d < r < u$ بالحجة المذكورة اعلاه في حالة من خطوة واحدة .

مثال (1-3-2)

نموذج الشجرة ذات الحدين يسمح لأية التحكيم اذا فقط اذا كان هناك وجود لاحتمال محايد $0 < p^* < 1$

نظرية الاساسية لتسعير الاصول (1-3-3)

في هذا القسم ، التي يمكن حذفها في القراءة الاولى ، تعود الى الاعداد العام في ظل الافتراضات

(1-3-4) نظرية الاساسية للتسعير الاصول

مبدا لا تحكيم ما يعادل وجود احتمال p^* على مجموعه من السيناريوهات Ω

حيث $p^*(w) > 0$ لكل سيناريو

$w \in \Omega$ وانخفاض اسعار الاسهم مرضية $s_j(n) = s_j(n) / A(n)$

$$E^*(S_j(n+1) / S(n)) = S_j(n) \dots$$

لاي $m, j = 1, 2, \dots, n$, $n = 0, 1, 2, \dots$ حيث $E^*(0 / S(n))$ يدل على توقع المشروط فيما يتعلق احتمال p^* حسابها مرة واحدة في سعر السهم $S(n)$ سيصبح معروفا في وقت n .

والدليل على النظرية الاساسية لتسعير الاصول تغني للغاية وسيتم حذفها .

تعريف (1-3-5)

تتسلسل المتغيرات العشوائية $X(0)$, $X(1)$, $X(2)$ بحيث $E^*(X(n+1) / S(n)) = X(n)$

ولكل $n = 0, 1, 2, \dots$ يقال ان فيما يتعلق p .

حالة يمكن التعبير بالقول ان اسعار الاسهم متحفظة $s_j(s)$, $s_j(1)$, $s_j(0)$ وبشكل مارتينجال فيما يتعلق بي والاخير يسمى المخاطر او مارتينجال احتمال على مجموعه من السيناريوهات وعلاوة على ذلك يسمى E محايد للخطر او توقع مارتينجال .

مثال (1 - 3 - 6)

دع الف $A(0) = 100$, $A(1) = 110$, $A(2) = 121$ ونفترض ان اسعار الاسهم يمكن متابعة سيناريوهات محتملة

Scenario	$s(0)$	$S(1)$	$S(2)$
W1	90	100	112
W2	90	100	106
W3	90	80	90
W4	90	80	80

ويرد شجرة الاسهم ويمثل احتكال خالية من المخاطر p^* في الشكل كتبها المتفرعة q^* , r^* في كل عقدة شرط

$S(n) = s(n) / A(n)$ ويمكن ان تكون مكتوبة في شكل ثلاث معادلات واحدة لكل عقدة من شجرة

$$\frac{100}{110}p + \frac{80}{100}(1 - p) = \frac{90}{100}$$

لكل سيناريو (كل مسار شجرة من خلال شجرة) احتمال خالية من المخاطر المقابل يمكن حسابها كما يلي

$$P(w1) = p * q^* = \frac{19}{20} \times \frac{2}{3} = \frac{19}{30}$$

$$P^*(w2) = p^* (1 - q) = \frac{19}{20} \times (1 - \frac{2}{3}) = \frac{19}{60}$$

$$P^*(w3) = (1 - p^*) r^* = (1 - \frac{19}{20}) \times \frac{4}{5} = \frac{1}{25}$$

$$P^*(w4) = (1 - p^*) (1 - r^*) = (1 - \frac{19}{20}) \times (1 - \frac{4}{5}) = \frac{1}{100}$$

(بواسطة نظرية الأساسية لتسعير الأصول) وجود احتمال محايد للخطر يعني انه لا يوجد لتحكيم .

النماذج الموسعة (4-1)

الاوراق المالية مثل الاسهم التي تداولها بشكل مستقل عن الأصول الاخرى ، وتسمى الاوراق المالية الاولى . على النقيض من ذلك الاوراق المالية المشتقة مثل :على سبيل الامتحان والخيارات او الارقام والعقود القانونية التي تمنح بعض الحقوق المالية او الالتزامات على صاحب وتوقف اسعار الاوراق المالية الاخرى المشار باسم الاوراق تأخير الامم المتحدة قد يكون الامنية الكامنة على الامن السياسي اما العقود الآجلة في الاوراق المالية ولكن قد يكون ايضا ورقه مالية مشتقة كما هو الحال في حالة وجود خيار في العقود الآجلة والامن مشتق لأيمن ان توجد في حد ذاته مالم يتم تداولها امن او الاوراق المالية الاساسية ويشار الى الاوراق المالية المشتقة ايضا على المطالبات كما تتوقف لان قيمتها على الاوراق المالية الاساسية على سبيل المثال يلزم صاحب العقد الطويل الاجل على الاسهم لشراء الاسهم بسعر الامام في الوقت المحدد لتسليم مهما كان سعر السهم الفعلية تبين ان يكون في ذلك الوقت. قيمة الموضع الى الامام تتوقف على السهم وسوف يصبح ايجابيا اذا كان السعر السوقي للسهم تبين ان يكون اعلى من السعر الاجل على تسليم . اذا كان السعر السهم تبين ان يكون اقل من سعر الامام ، ثم قيمة الموضع الى الامام ستكون سلبية .

افتراض العشوائية (1 - 4 - 1)

اسعار الاصول $S_1(n), \dots, S_m(n), A(n), D_1(n), \dots, D_k(n)$ هي متغيرات عشوائية لاي $n=1,2,\dots$

فرضية السيولة البيع على المكشوف ، قابلية القسمة (2 - 4 - 1)

فتستمر ان نشترى بيع وعقد اي عدد من الاصول سواء صحيح او كسور سالبة او موجبة او صفرية بشكل عام

$$X_1, \dots, X_m, y, z, \dots, Z \quad k \in \mathbb{R}$$

فرضية الملاءة المالية (3 - 4 - 1)

يجب ان يكون ثروة من مستثمر غير سلبية

$$V(n) \geq 0 \quad \text{for } n=0,1,2,\dots$$

فرضية (اسعار الوحدات المنفصلة) (4 - 4 - 1)

كل $n=0,1,2,\dots$ $S_1(n), \dots, S_m(n), A(n), D_1(n), \dots, D_k(n)$

متغيرات عشوائية فقط عدد من القيم

تعريف (1-4-5)

متجه $Apoortfolio$

$$(X_1(n), \dots, X_m(n), y(n), Z(n) \dots Z_k(n))$$

مما يدل على عدد الأوراق الأساسية والمشتقة من قبل مستثمرين وان $n-1$ و n ويسمى للمحافظ فهرست من قبل استراتيجية الاستثمار وثروة المستثمر أو قيمة استراتيجية في الوقت

$$V(n) = \sum x_j(n) s_j(n) + y(n) \Delta(n) + \sum Z_j(n) dj(n)$$

في الوقت بالنظر الى وفرة الأولية

$$V(0) = \sum x_j(1) S_j(0) + y(1) A(0) + \sum Z_i(1) D_i(0)$$

مقدمة :-

الاستثمار محفوف بالمخاطر يحمل دائما الخسائر المحتملة لو ضعف الاداء

في هذا الفصل نقوم بتحليل مزايا الاستثمار بين العديد من الاوراق المالية على الرغم من ان

الادوات الرياضية بسيطة جدا فانها تؤدي الى نتائج هائلة

المخاطر (١-٢)

اولا - وقبل كل شيء نحن بحاجة الى تحديد كمية مناسبة لقياس المخاطر

فالاستثمار في السندات المرتجعة على سبيل المثال ٨% عند الاستحقاق يكون خاليا من المخاطر وفي هذه الحالة يجب ان يكون قياس الخطر مساوية للصفر اذا كان العائد على الاستثمار هو ١١% او ١٣% اعتمادا على سيناريو السوق فان المخاطر تكون اقل بشكل واضح مقارنة بعائد استثمار ٢% او ٢٢% على التوالي ومع ذلك فان انتشار قيم العائد لا يمكن ان تستخدم لقياس الخطر لانه يتجاهل الاحتمالات اذا كان معدل العائد هو ٢٢% مع احتمال ٩٩% و ٢% مع احتمال ٠.٠١ يمكن اعتبار الخطر صغيرا جدا في حين ان نفس معدلات العائد التي تحدث مع احتمالا ٠.٥ كل تشير الى استثمار اكثر خطورة بدلا من الكمية المطلوبة يحتاج الى النقاط ينتج جانب من المخاطر

١-المسافات بين قيمة مرجعية معينة ومعدلات العائد بين كل سيناريو للسوق

٢-احتمالات سيناريوهات مختلفة العائد k على استثمار محفوف بالمخاطر هو متغير عشوائي فمن الطبيعي ان تاخذ التوقعات k كقيمة مرجعية تباين بتحول الرياضيات على ان تكون مقاسا ملائما كخطر ممارسة الرياضة

مثال :- (١-١-٢)

السمع للعائد الاستثمار يكون ١% او ٣% k على حد سواء مع احتمال ٠.٥ ثم الخطر

$$\text{Var}(k) = 0.0004 \quad \delta k = 0.02$$

اعتمادا على ما اذا كنا نختار التباين او الانحراف المعياري ويفترض ان العائد على الاستثمار اخر هو ضعف الاستثمار على الاستثمار الاول الذي يساوي ٢% او ٦% $2k$ لكل منها ثم خطر الاستثمار الثاني سيكون

$$\text{Var}(2k) = 0.0016 \quad \delta 2k = 0.04$$

وتضاعف المخاطر التي يقاسها التباين اربعة امثال بينما يتضاعف الانحراف المعياري ببساطة لكونه سلبيا هو الاساس يوضح ذلك القاعدة العامة الاتية

$$\text{Var}(ak) = a^2 \text{var}(k)$$

$$\delta ak = |a| \delta k$$

لاي رقم حقيقي a

الاوراق المالية (٢-١-٢)

تبدا مناقشة مفصلة للعلاقة بين المخاطر والعائد المتوقع في حالة بسيطة من محفظة مع اثنين فقط من الاوراق المالية الخطرة

مثال (٢-١-٣)

افترض مخزونات اثنين من الاسهم تتصرف على النحو التالي

Seanario	probability	Returnk	putamke
W1	0.5	10%	-5%
w2	0.5	-5%	10%

قمنا بتقسيم اموالنا بالتساوي بين هذين السهمين فاننا سوف نكسب ٥% في كل سيناريو (خسارة ٥% على سهم واحد ولكن الحصول على ١٠% من جهة اخرى) على الرغم من ان الاستثمار في اي من الاسهم على حدة ينطوي على المخاطر قمنا بخفض المخاطر الاجمالية الى لا شئ عن طريق تقسيم الاستثمار بين الاسهم اثنين وهذا مثال بسيط على التنوع وهو فعال بشكل خاص هنا لان العوائد ترتبط ارتباطا سلبيا بالاضافة الى وصف محفظة من حيث عدد اسهم كل كحد امني (وضعت في القسم ٤ ترميز مريحه لوصف تخصيص الاموال بين الاوراق المالية)

مثال (٢-١-٣) افترض ان اسعار نوعين من الاسهم $s_1(o) = 30$ $s_2(o) = 40$ دولار نحن نعد محفظة بقيمة $v(o) = 1.000$ دولار من خلال شراء $x_1 = 20$ سهم من الاسهم رقم واحد $x_2 = 10$ سهم من الاسهم رقم اثنين تخصيص الاموال بين اثنين من الاوراق المالية

$$W_1 = 30 \times 20 / 1,000 = 60\%$$

$$W_2 = 10 \times 40 / 1,000 = 40\%$$

تسمى الاعداد w_1, w_2 تسمى الاوزان اذا كانت اسعار الاسهم لتغير الى $s_1(1) = 35$, $s_2(1) = 39$ دولار فان الحافظه ستكون قيمتها $v(1) = 20 \times 35 + 10 \times 39$ دولار لاحظ ان هذا المبلغ لم يعد انقسام بين السندات اثنين كما 60% , 40% ولكن على النحو الاتي

$$20 \times 35 / 1.090 = 64.22\% , 10 \times 39 / 1.090 = 35.78\%$$

على الرغم من ان العدد الفعلي لاتزال اسهم كل سهم في المحفظة دون تغير يتم تحديد القيم بواسطة

$$W_1 = x_1 s_1(0) / v(0) , w_2 = x_2 s_2(0) / v(0)$$

حيث تشترك x_1, x_2 في المحفظة وهذا يعني ان النسبة المئوية للقيمة الاولى للمحفظة المستمرة في رقم الضمان k لاحظ ان الاوزان تنظيف دائما مايصل الى 100%

$$W_1 + w_2 = x_1 s_1(o) + x_2 s_2(o) / v(o) = v(o) / v(o)$$

اذا كان البيع القصير مسموحا ثم واحد من ثاني تكون سلبية والاخر واحد اكبر من 100%

العديد من الاوزان المالية (٢-٢)

المخاطر والعائد المتوقع على المحفظة (١-٢-٢)

يمكن وصف محفظة معينة من اوراق مالية مختلفة من حيث اوزانها

$$W_i = x_i s_i(O) / v(O) \quad i = 1.000n$$

حيث x_i هو عدد من السهم النوع في المحفظة $s_i(o)$ السعر الاول $v(o)$ هو المبلغ المستمر في البداية سيكون من السهل ترتيب الاوزان في مصنعة واحد $m = (w_1 w_2 \dots w_n)$

والتي يمكن ان تكون مكونة في شكل مصفوفة

$$I = u w^T$$

حيث $U = (1 \ 1 \dots 1)$

مصفوفة صف واحد مع جميع ادخالات ما يساوي الى ١
عبارة عن مصفوفة عمود واحد تبديل من w وقواعد الضرب المصفوفة عمود واحد تبديل من w
وقواعد الضرب المصفوفة المعتادة تنطبق المجموعة للتضمنين على جميع المحافظ ذات الاوزان
التي تسمى المحافظ القابلة للتحقيق

لتعرض ان العائد على الاوراق المالية $k_1 k_2$ كما سيتم ترتيب العوائد المتوقعة $n = k_1 f_0 y = m_i$
في مصفوفة صف واحد $n = (m_1 \ m_2 \ \dots \ m_n)$

سوف يشار الى المتباينات بين العوائد بواسطة

$$c_{ij} = \text{cov}(k_i, k_j)$$

Covariance مصفوفة $n \times n$

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{pmatrix}$$

$$c_{ii} = \text{var}(k_i)$$

$$c_{ij} = \text{cov}(k_i, k_j)$$

من المعروف ان مصفوفة التباين المشترك هو التماثل وإيجابية محددة العناصر القطرية هي ببساطة
الاحتمالات في العائدات $c_{ii} = \text{var}(k_i)$ في مايلي سوف نعرض في addition ان c له معكوس
 c^{-1}

اقترح (٢-٢-٢)

العائد المتوقع $mv = E(kv)$ والتباين $var = \sigma^2(kv)$ للمحفظة مع الاوزان w تعطي مثل

$$Mv = mw^T$$

$$V = w$$

$$\sigma^2 V = w C w^T$$

البرهان

الدليل على صيغة mv انتاج خطبة التوقع

$$Mv = E(kv) = E(w^T k) = w^T E(k) = w^T \mu = mw^T$$

والدليل لاننا نستخدم خطية التباين فيما يتعلق بكل من جزميها

$$= \text{var}(kv) = \text{var}(\sum w_j k_j)$$

$$= \text{cov}(\sum w_i w_j k_i k_j)$$

$$= \sum w_i w_j \text{cov}(k_i, k_j)$$

$$= w C w^T$$

الحد الأدنى لحافظة التباين (٣-٢-٢)

المحفظة ذات التباين الأصغر في الأوزان $w = uc^{-1} / uc^{-1}u^T$

المعدة القابلة للتحقق شريطة أن تكون القاسم غير موجب

البرهان

نحتاج إلى إيجاد الحد الأدنى الخاضع للقيود تحقيقاً لهذه الغاية يمكننا استخدام طريقة لاغرانج مضاعفه
لاغرانج $f(w, \delta) = wcw^T - \delta uw^T$

معادلة الصفر من المشتقات الجزئية f بالنسبة إلى الأوزان $u=2w$ حيث δ

$$w = \frac{\delta \ u^{c-1} \ u^T}{2}$$

أي أنه شرط ضروري للحد الأدنى الذي يحل محل إلى قيود تحصل على

$$l = \delta / 2 \ u^{c-1} \ u^T$$

حيث تستخدم حقيقة c^{-1} هو مصفوفة مماثلة لأي c هو δ والاستعاضة عن التعبير هو w سيعطي
صيغة أكد للمقترح

مثال : ٠ (١-٣-٢)

3 أوراق مالية في ثلاثة أوراق مالية مع ريتورمتر المتوقع الانحرافات
المعيارية للعائدات والارتباطات بين العوائد .

$$M_1=0.10 , \quad 6_1 = 0-28 , \quad P_{12}=P_{21}=-0.10,$$

$$M_2=0.15 , \quad 6_2 = 0-24 , \quad P_{23}=P_{32}=-0.20,$$

$$M_3=0.20 , \quad 6_3 = 0-25, \quad P_{31}=P_{13}=-0.25,$$

(٢٩-٢٥)

ترتيب M_i في صف لمصفوفة U

$$M = \begin{bmatrix} 0.10 & 0.15 & 0.20 \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

التالي للحساب . $C_{(.)} = P_j 6_j 6_j$ من مصفوفة التباين C و ثم المصفوفة العكسية إلى C

$$C \cong \begin{bmatrix} 0.0784 & -0.0067 & 0.0175 \\ -0.0067 & 0.0576 & 0.0120 \\ 0.0175 & 0.0120 & 0.0625 \end{bmatrix},$$

$$C^{-1} \cong \begin{bmatrix} 13.954 & 2.544 & -4.396 \\ 2.544 & 18.548 & -4.274 \\ -4.396 & -4.274 & 18.051 \end{bmatrix}$$

إدارة المحفظة من المقترح (3-2-2) يمكن حساب الأوزان في حافظة التباين

$$UC^{-1} \cong \begin{bmatrix} 12.102 & 16.818 & 9.382 \end{bmatrix}$$

$$UC^{-1} U^T \cong 38.302,$$

$$W = \frac{UC^{-1}}{0.245 \quad UC^{-1} U^T} \cong \begin{bmatrix} \text{نحصل على} \\ 0.316 & 0.439 \end{bmatrix}$$

العائد المتوقع والانحراف المعياري لهذه المحفظة هي

$$MV = MW^T \cong 0.146 \quad 6V = \sqrt{WCW^T} \cong 0.162$$

يمكن حساب خط التباين باستخدام الاقتراح (3,2) ولتحقيق هذه الغاية نخوض المعادلة

$$UC^{-1} \cong \begin{bmatrix} 12.102 & 16.818 & 9.382 \end{bmatrix},$$

$$MC^{-1} \cong \begin{bmatrix} 0.898 & 2.182 & 2.530 \end{bmatrix}$$

$$UC^{-1} U^T \cong 38.302, \quad MC^{-1} U^T \cong 0.923,$$

$$UC^{-1} U^T \cong 38.302, \quad MC^{-1} U^T \cong 5.609$$

وباستبدال هذه المعادلة الواردة لباقي المقترح (3,2) نحصل على اوزان المحفظة مع الحد الأدنى من التباين بين جميع المحافظ MU

$$W \cong \begin{bmatrix} 1.578-8611MU & 0.845.2769MU & -1-922+ 11.39 MU \end{bmatrix}$$

الانحراف المعياري لهذه المحفظة هو

$$6V = \sqrt{WCW^T} \cong \sqrt{0.237 - 2.885MU + 9850MU^2}$$

الحد الأدنى تباین الخط (3-2)

محافظ يمكن تحقيقها مع السابق • الحافطة مع اصفر التباین بين الاشعة فو
ق البنفسجية MV من المتوقع لديه الاوزان •

$$\begin{array}{cc|cc} 1 & u_c & M & \\ M_r & M_c & M & \end{array} \quad \begin{array}{c} -1 \\ UC^{-1} \end{array} \quad \begin{array}{c} T \\ UC \\ M_c \end{array} \quad \begin{array}{cc|cc} U & 1 & \\ U & M_v & \end{array} \quad \begin{array}{c} -1 \\ MC^T \end{array} \quad -1$$

-1

-1 W= —

$$\begin{array}{c} UC \quad UT \\ MC^{-1} \quad UT \end{array} \quad \begin{array}{c} UC \quad M \\ MC^{-1} \quad M^T \end{array}$$

شرط ان يكون العامل المحدد في القاسم غير الهوائي والأوزان تعتمد خطيا
على MV

البرهان

هنا نحن بحاجة إلى العثور على الحد الأدنى من (5.16) تخضع إلى قيود اثنين ونحن نأخذ

$$G(w,s,u) = Wcw^T - Suw^T - Mmw^T$$

حيث (M,S) مضاعفات لانخراج اما بالنسبة للمشتقة الجزئية من G فيما يتعلق بالأوزان W_i يساوي صفرا فانها تعطي شرطا ضروريا لحد أدنى

$$2wc-su-um=0$$

وهو ما يعني استبدال الامر نحصل على نظام المعادلات الخطية

$$1 = \frac{S}{2} uc^{-1} U^T + \frac{M}{2} uc^{-1} m^T ;$$

$$MV = \frac{S}{2} MC^{-1} U^{-1} + \frac{M}{2} MC^{-1} M^T ;$$

التي سيتم حلها M, S

الصيغة التي عن طريق استبدال الحل في التعبير عن W