

اقتراح السلاسل الزمنية شبه المضطربة في تقدير المعلمات الحصينة

أ.م. طاهر ريسان دخيل
قسم الإحصاء
جامعة القادسية

أ.د. عبدالمجيد حمزة الناصر
رئيس خبراء
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المستخلص

غالبا ما تصاحب عملية جمع البيانات وجود قيم شاردة التي تؤثر بشكل كبير ليس فقط على عملية تشخيص النموذج الملائم الذي يعتمد على معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي وانما يتعدى ذلك الى عملية تقدير معلمات النموذج، ومن هنا فإن هذا البحث يهدف الى جعل معامل الارتباط الذاتي حصينا تجاه تلك القيم الشاردة لغرض إيجاد مقدرات معلمات النموذج التي ستكون حصينة أيضا تبعا لحصانة تلك المعاملات، وذلك من خلال اقتراحان يعتمدان على المنطق المضطرب Fuzzy Logic حيث تم اقتراح أسلوب لتقدير معاملات الارتباط الذاتي اطلقنا عليه اسم معامل ارتباط بيرسون شبه المضطرب (S-F P) Semi-Fuzzy Pearson، كذلك اقتراح أسلوب اخر لتقدير معاملات الارتباط الذاتي اطلقنا عليه اسم معامل الارتباط الذاتي لكندال شبه المضطرب (S-F K) Semi-Fuzzy Kendall التي تستخدم بعد ذلك في إيجاد مقدرات معلمات النماذج المدروسة.

Semi-Fuzzy Time Series for Robust Parameters Estimation

Prof. Abdul Majid H. Alnasser (PH.D) / Prime experts / Ministry of Higher Education and Scientific Research
Asst. Prof. Taher R. Dekheel/Department of Statistics / University of Aqadisiyah

Abstract

The presence of outliers in data influences not only in diagnostic model, but exceed to parameters estimation. So the goal of this paper is to make the autocorrelation coefficient robust against outliers to estimate parameters which will be robust depending on those coefficients. This goal is achieved by two suggestions depending on Fuzzy Logic which suggests estimation procedure to estimate autocorrelation coefficients called Semi-Fuzzy Pearson coefficient ,and suggests another one called Semi-Fuzzy Kendall , to use it to estimate the autocorrelation coefficients which will be used in parameter estimation.

المقدمة

يعد بناء وتحليل السلاسل الزمنية من الأساليب الإحصائية التي لها تطبيقات واسعة في مختلف المجالات الاقتصادية والاجتماعية والسكانية والطبية وغيرها، إلا إن الممارسين العمليين للإحصاء ينبغي أن يكونوا على دراية كافية بأن وجود قيمة شاردة واحدة قد يؤثر تأثيرا كبيرا

على مقدرات معلمات نموذج السلسلة الزمنية، لذلك اهتم الباحثون كثيرا في البحوث الإحصائية بهذه المشكلة التي أخذت نقاشا واسعا في تطبيقات نماذج الانحدار إلا إنها واجهت بعض الصعوبات في تشخيص القيم الشاردة وتقدير المعلمات في نماذج السلاسل الزمنية وذلك لوجود اعتمادية او ارتباط بين مشاهدات السلسلة الزمنية. وتجدر الإشارة إلى أن هناك دراسات سابقة تناولت المقدرات الحصينة بالاعتماد على فكرة التعامل مع معاملات الارتباط الذاتي ولكنها اختلفت في كيفية تقديرها ومن هذه الدراسات والبحوث بحثا قدمه الباحثان Yohai و Bustos عام ١٩٨٦ [7] حيث قاما بدراسة التقديرات الحصينة من خلال تقديم صنفين من المقدرات الحصينة لنماذج (ARMA) المختلطة، الأول يعتمد على التباين المشترك للبواقي (Residual Autocovariance) (RA)، والثاني يعتمد على التباين المشترك المبتور للبواقي (Truncated Residual Autocovariance) (TRA)، وفي عام ٢٠٠٩ قدم الباحث Chakhchoukh وآخرون [8] أسلوبا جديدا في تقدير معلمات نموذج (ARMA) المختلطة يعتمد على نسبة مجموعة من قيم الوسيط مع المنقي الحصين (Robust Filter) لغرض رفض القيم الكبيرة من الشوارد وعاد الباحث نفسه عام ٢٠١٠ [9] ليقدّم أسلوبا آخر اسماه (مقدرات نسب الوسائط) (Ratio of Medians Estimator) (RME) لتقدير دالة الارتباط الذاتي بشكل حصين ومن ثم استخدامها في تقدير المعلمات، ومن الملاحظ أن معظم الدراسات السابقة لم تنطرق إلى دراسة المقدرات الحصينة لنماذج السلاسل الزمنية الموسمية بوجود قيم شاردة (حسب اطلاع الباحث). وهنا سنحاول دراسة هذه المشكلة واقتراح بعض المعالجات والتعديلات لجعل الطرق التقليدية أكثر حصانة وأكثر مقاومة للقيم الشاردة في السلاسل الزمنية الموسمية فضلا عن استخدام طرائق حصينة.

هدف البحث

إن الهدف من هذا البحث هو جعل معامل الارتباط الذاتي حصينا لغرض إيجاد مقدرات معلمات النموذج التي ستكون حصينة أيضا تبعا لحصانة تلك المعاملات، وحاول الباحث تحقيق هدفه هذا من خلال جملة من المقترحات نوضحها بالاتي:

- ١- اقتراح أسلوب لتقدير معاملات الارتباط الذاتي لبيرسون الذي اطلقنا عليه معامل ارتباط بيرسون شبه المضرب (S-F P) Semi-Fuzzy Pearson.
- ٢- اقتراح أسلوب لتقدير معاملات الارتباط الذاتي لكندال الذي اطلقنا عليه معامل الارتباط الذاتي لكندال شبه المضرب (S-F K) Semi-Fuzzy Kendall.

دالة الارتباط الذاتي (مخطط الارتباط) (Autocorrelation function (correlogram))

ان شكل وقوة العلاقة بين مشاهدات السلسلة الزمنية يمكن ان تكشف من خلال سلسلة من القيم الكمية تدعى بمعاملات الارتباط الذاتي للعينة، التي تقيس الارتباط بين المشاهدات عند ازمان مختلفة، وبذلك فإن معامل الارتباط الذاتي من الرتبة الأولى هو معامل الارتباط البسيط لأول (n-1) من مشاهدات x_t (t=1,2,...,n-1)، و (n-1) من المشاهدات التي تليها (t=2,3,...,n)، وان الارتباط بين x_t و x_{t+1} يعطى بالصيغة الآتية:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (x_t - \bar{x})(x_{t+1} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2} \quad (1)$$

حيث ان \bar{x} يمثل الوسط الحسابي العام. ويمكن ان تعمم المعادلة رقم (١) لتعطي الارتباط بين المشاهدات لـ k من الفترات الزمنية :

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2} \quad (2)$$

ان r_k تدعى بمعامل الارتباط الذاتي بفترة الارتداد k ، ويدعى مخطط الرسم البياني لدالة الارتباط الذاتي مقابل فترة الارتداد k بمخطط الارتباط (correlogram) [3],[5],[10].

نموذج SARIMA (1,0,0)X(0,0,1)_s

يمكن كتابة النموذج بصورته العامة بالصيغة الآتية :

$$\phi(B)x_t = \Theta(B^s)a_t$$

$$(1 - \phi_1 B)x_t = (1 - \Theta_1 B^s)a_t \quad (3)$$

وباستخدام صيغة تجزئة Wold يمكن اعادة كتابة النموذج بالاتي:

$$x_t = \frac{1 - \Theta_1 B^s}{1 - \phi_1 B} a_t$$

$$\therefore x_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t-j} = \psi(B)a_t$$

حيث ان

$$\psi(B) = (1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \psi_3 B^3 + \dots)$$

$$\psi(B) = \frac{1 - \Theta_1 B^s}{1 - \phi_1 B}$$

وعلى فرض ان $s = 4$

$$(1 - \phi_1 B)(1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \psi_3 B^3 + \dots) = 1 - \Theta_1 B^4$$

$$\therefore 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \psi_3 B^3 + \psi_4 B^4 + \psi_5 B^5 + \psi_6 B^6 + \dots$$

$$- \phi_1 B - \phi_1 \psi_1 B^2 - \phi_1 \psi_2 B^3 - \phi_1 \psi_3 B^4 - \phi_1 \psi_4 B^5 - \phi_1 \psi_5 B^6 - \dots$$

$$= 1 - \Theta_1 B^4$$

وبالتالي يمكن حساب قيم ψ_j كما يلي:

$$B: \psi_1 = \phi_1$$

$$B^2: \psi_2 = \phi_1 \psi_1$$

$$B^3: \psi_3 = \phi_1 \psi_2$$

$$B^4: \psi_4 = \phi_1 \psi_3 - \Theta_1$$

$$B^5: \psi_5 = \phi_1 \psi_4$$

$$B^6: \psi_6 = \phi_1 \psi_5$$

$$B^7: \psi_7 = \phi_1 \psi_6$$

$$B^j: \psi_j = \phi_1 \psi_{j-1} - \Theta_1 \quad \text{if } j = 4$$

$$B^j: \psi_j = \phi_1 \psi_{j-1} \quad o.w$$

او بصورة عامة يكون

$$B^j: \psi_j = \phi_1 \psi_{j-1} - \Theta_1 \quad \text{if } j = s$$

$$B^j: \psi_j = \phi_1 \psi_{j-1} \quad o.w$$

ويمكن حساب ψ_j بدلالة المعلمات بعد التعويض المتسلسل لنحصل على :

$$B : \psi_1 = \phi_1$$

$$B^2 : \psi_2 = \phi_1^2$$

$$B^3 : \psi_3 = \phi_1^3$$

$$B^4 : \psi_4 = \phi_1^4 - \Theta_1$$

$$B^5 : \psi_5 = \phi_1^5 - \phi_1 \Theta_1 = \phi_1(\phi_1^4 - \Theta_1)$$

$$B^6 : \psi_6 = \phi_1^6 - \phi_1^2 \Theta_1 = \phi_1^2(\phi_1^4 - \Theta_1)$$

$$B^7 : \psi_7 = \phi_1^7 - \phi_1^3 \Theta_1 = \phi_1^3(\phi_1^4 - \Theta_1)$$

$$B^j : \psi_j = \phi_1^j \quad \text{if } j = 0, 1, 2, 3$$

$$B^j : \psi_j = \phi_1^j - \phi_1^{j-4} \Theta_1 = \phi_1^{j-4} (\phi_1^4 - \Theta_1) \quad \text{if } j = 4, 5, 6, \dots$$

وبصورة عامة

$$B^j : \psi_j = \phi_1^j \quad \text{if } j = 0, 1, 2, 3, \dots, s-1$$

$$B^j : \psi_j = \phi_1^j - \phi_1^{j-s} \Theta_1 = \phi_1^{j-s} (\phi_1^s - \Theta_1) \quad \text{if } j = s, s+1, s+2, \dots$$

ومن هنا يمكن استخدام صيغة تجزئة Wold لحساب معاملات التباين المشترك الذاتي وكما يلي:

$$\gamma(k) = \sigma_a^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+k}$$

$$k = 0$$

$$\gamma(0) = \sigma_a^2 (1 + \phi_1^2 + \phi_1^4 + \phi_1^6 + (\phi_1^4 - \Theta_1)^2 + \phi_1^2(\phi_1^4 - \Theta_1)^2 + \phi_1^4(\phi_1^4 - \Theta_1)^2 + \phi_1^6(\phi_1^4 - \Theta_1)^2 + \dots)$$

$$\gamma(0) = \sigma_a^2 (1 + \phi_1^2 + \phi_1^4 + \phi_1^6 + (\phi_1^4 - \Theta_1)^2 [1 + \phi_1^2 + \phi_1^4 + \phi_1^6 + \dots])$$

$$\gamma(0) = \sigma_a^2 (1 + \phi_1^2 + \phi_1^4 + \phi_1^6 + \frac{(\phi_1^4 - \Theta_1)^2}{1 - \phi_1^2})$$

$$\gamma(0) = \sigma_a^2 \left(\frac{(1 + \phi_1^2 + \phi_1^4 + \phi_1^6)(1 - \phi_1^2) + (\phi_1^4 - \Theta_1)^2}{1 - \phi_1^2} \right) = \sigma_a^2 \left(\frac{1 - 2\phi_1^4 \Theta_1 + \Theta_1^2}{1 - \phi_1^2} \right) = \text{var}(x_t) \quad (4)$$

$$k = 1$$

$$\gamma(1) = \sigma_a^2 \left(\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+1} \right)$$

$$\gamma(1) = \sigma_a^2 (\phi_1 + \phi_1^3 + \phi_1^5 + \phi_1^3(\phi_1^4 - \Theta_1) + \phi_1(\phi_1^4 - \Theta_1)^2 + \phi_1^3(\phi_1^4 - \Theta_1)^2 + \phi_1^5(\phi_1^4 - \Theta_1)^2 + \dots)$$

$$\gamma(1) = \sigma_a^2 (\phi_1 + \phi_1^3 + \phi_1^5 + \phi_1^3(\phi_1^4 - \Theta_1) + \phi_1(\phi_1^4 - \Theta_1)^2 [1 + \phi_1^2 + \phi_1^4 + \dots])$$

$$\gamma(1) = \sigma_a^2 (\phi_1 + \phi_1^3 + \phi_1^5 + \phi_1^3(\phi_1^4 - \Theta_1) + \frac{\phi_1(\phi_1^4 - \Theta_1)^2}{1 - \phi_1^2})$$

$$\gamma(1) = \sigma_a^2 \phi_1 (1 + \phi_1^2 + \phi_1^4 + \phi_1^2(\phi_1^4 - \Theta_1) + \frac{(\phi_1^4 - \Theta_1)^2}{1 - \phi_1^2})$$

وبتبسيط المعادلة اعلاه نحصل على

$$\gamma(1) = \sigma_a^2 \frac{\phi_1(1 + \Theta_1^2 - \phi_1^4 \Theta_1) - \phi_1^3 \Theta_1}{1 - \phi_1^2} = \sigma_a^2 \frac{\phi_1(1 + \Theta_1^2 - \phi_1^s \Theta_1) - \phi_1^{s-1} \Theta_1}{1 - \phi_1^2} \quad (5)$$

وبالاستمرار نجد ان

$$\left. \begin{aligned} \gamma(k) &= \phi_1 \gamma(k-1) - \sigma_a^2 \Theta_1 \phi_1^{4-k} = \phi_1 \gamma(k-1) - \sigma_a^2 \Theta_1 \phi_1^{s-k} \\ \gamma(k) &= \phi_1^k \gamma(0) - \sigma_a^2 \Theta_1 \phi_1^{s-k} \left(\frac{1 - \phi_1^{2k}}{1 - \phi_1^2} \right) \quad , k = 1, 2, \dots, s \\ \gamma(k) &= \phi_1 \gamma(k-1) = \phi_1^{k-s} \gamma(s) \quad , k > s \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

وبالتالي فإن سلوك دوال الارتباط الذاتي سيكون قريبا جدا من سلوك نموذج AR(1) عندما تكون قيمة z صغيرة هذا يعني ان

$$\begin{aligned} \rho(k) &\cong \phi_1^k \quad k \leq s \\ \rho(1) &\cong \phi_1 \end{aligned} \quad (7)$$

وعندما $s=4$ يمكن الحصول على

$$\rho(4) \cong \frac{-\Theta_1}{1 + \Theta_1^2} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \therefore \Theta_1 &= \frac{-1 \pm \sqrt{(1 - 4\rho(4))^2}}{2\rho(4)} \\ \therefore \hat{\Theta}_1 &= \frac{-1 \pm \sqrt{(1 - 4\hat{\rho}(4))^2}}{2\hat{\rho}(4)} \end{aligned} \quad (9)$$

الشوارد في السلاسل الزمنية Outliers In Time Series

هناك مجموعة من الأسباب تؤدي الى ظهور الشوارد مثل أخطاء القياس (أخطاء التسجيل او التدوين) وأخطاء العينة او التدخلات الخارجية وهذه الأسباب يمكن أن يكون لها تأثير في تحديد شكل أو هيئة الشوارد في ان تكون معزولة او متفرقة، مثلا غالبا ما نرى ان السلاسل الزمنية الاقتصادية والتجارية تتأثر بالإضرابات ونشوب الحروب والتغيرات المفاجئة في بنية السوق والتغيرات التي تطرأ على حادثة المعدات والمكائن لبعض السلع او التغيرات في الطقس الخ... [23]. سابقا كان يتم حذف الشوارد، اما الآن فإن الكثير من الباحثين لا ينصحون بهذا الإجراء ، فإذا أردنا نمودجا سليما فإنه يتم استبدال المشاهدات الشاردة ببعض المقدرات الحصينة حيث انها توفر حماية ضد التأثيرات الجانبية للشوارد وذلك لان مشاهدة شاردة غير عادية واحدة يمكن ان تؤثر سلبا وبشكل كبير على المقدرات.

لقد صنف الباحث Fox عام ١٩٧٢ [14] القيم الشاردة في السلاسل الزمنية إلى صنفين هما القيم الشاردة المضافة (Additive outliers) AO والقيم الشاردة النمطية IO (innovational outliers). اما الباحث Tsay عام ١٩٨٨ [32] فقد صنف الحالات الغير طبيعية التي تواجهنا في تحليل السلاسل الزمنية الى الشوارد (Outliers) والتغيرات البنوية او التركيبية للسلسلة (structure changes) وقد بين انها تعد شيئا مألوفا في تحليل السلاسل الزمنية التطبيقية، وغالبا ما يتم إهمال وجودها او تجاهل تأثيرها، وان ظهور مثل هذه الأحداث الغير طبيعية قد تضلل نتائج التحليل وتؤدي الى استنتاجات خاطئة. لقد جزء الباحث الشوارد إلى شوارد مضافة ((additive outlier (AO)) وشوارد نمطية ((innovational outlier (IO))، أما التغيرات البنوية (structure changes) فقد جزئها الى تحول المستوى (level shift (LS)) وتغير التباين ((variance change (VC))، وصنف تحول المستوى إلى تحول مستوى دائم ((permanent level change (LC)) وتحول مستوى مؤقت (transient level change (TC)). وكان للباحثين Maronna, Martin , Yohai عام (٢٠٠٦) [23] تصنيفا قريبا لتصنيف الباحث Tsay حيث قسموا الحالات الغير طبيعية التي يمكن ان تواجهنا في تحليل السلاسل الزمنية الى الشوارد المنفردة (Isolated Outliers) والشوارد المتفرقة (Patchy

(Outliers) والتحول في مستوى قيمة الوسط الحسابي (level shifts in mean value) وقد ذكروا بأن النوع الأخير لا يمكن ان نعهه كأحد الشوارد لكونه ظاهرة تحدث في كثير من الأحيان. ان الشوارد المضافة Additive Outliers هو نوع من الشوارد الذي يؤثر في مشاهدة واحدة فقط، بعد ذلك فإن السلسلة تعود الى مسارها الطبيعي وكان شيئاً لم يحدث. وان التأثير الذي يحدث بسبب AO عند الزمن $t=T$ يعطى بالصيغة :

$$Z_t = X_t + wI_t^T = \frac{g(B)}{\phi(B)} a_t + wI_t^T \quad (10a)$$

حيث ان

$$I_t^T = \begin{cases} 1 & , t = T \\ 0 & , t \neq T \end{cases}$$

وإن w يمثل مقدار التأثير.

اما الشوارد النمطية Innovation Outliers فهو ذلك النوع من الشوارد الذي يؤثر في مشاهدات لاحقة ابتداء من موقع القيمة الشاردة ، او هي الشوارد التي ينتشر تأثيرها في المشاهدات اللاحقة ويعتمد هذا التأثير على قوة ذاكرة النظام او النموذج $g(B)/\phi(B)$ ، وان التأثير الذي يحدث بسبب IO يعطى بالصيغة :

$$Z_t = X_t + wI_t^T = \frac{g(B)}{\phi(B)} (a_t + wI_t^T) \quad (10b)$$

وهذان النوعان من الشوارد (AO و IO) شائعا الظهور في السلاسل الزمنية. وسيكون الاهتمام منصبا في هذا البحث على التأثير في دالة الارتباط الذاتي $\rho(k)$ كونها حساسة جدا لوجود مثل هذه القيم ، لنفترض ان x_1, x_2, \dots, x_n تمثل قيم سلسلة زمنية بحجم n ولنفترض ان $Ex_t = 0$ وان معامل الارتباط الذاتي المحسوب من العينة $\hat{\rho}(1)$ هو تقدير لـ $\rho(1)$ عند فترة الارتداد $k=1$ يمكن ان يكتب بالصيغة :

$$\hat{\rho}(1) = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} x_t x_{t+1}}{\sum_{t=1}^n x_t^2} \quad (11)$$

لنفترض الآن ان قيمة المشاهدة عند الزمن t_0 ، (x_{t_0}) قد تم استبدالها بالقيمة A حيث ان $2 \leq t_0 \leq n-1$ وبالتالي يكون :

$$\hat{\rho}(1) = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} x_t x_{t+1} I(t \notin \{t_0 - 1, t_0\})}{\sum_{t=1}^n x_t^2 I(t \neq t_0) + A^2} + \frac{x_{t_0-1} A + A x_{t_0+1}}{\sum_{t=1}^n x_t^2 I(t \neq t_0) + A^2} \quad (12)$$

ومن المعادلة أعلاه نلاحظ ان A تظهر بصورة خطية في البسط بينما تظهر بصورة تربيعية في المقام ، وان $\hat{\rho}(1)$ يتجه نحو الصفر عندما تتجه قيمة A نحو ∞ بثبوت جميع قيم x_t ، $t \neq t_0$ ، الأخرى وهذا يشير إلى تأثير القيمة الشاردة في دالة الارتباط الذاتي $\hat{\rho}(1)$ [23] ، ان قيمة A هي من نوع القيم الشاردة المنفردة (Isolated outliers) . أما إذا كانت القيم الشاردة تمثل نوع الشوارد المتفرقة (Patchy outliers) فإن التأثير سوف يختلف ، فعلى افتراض انه تم استبدال k من القيم $(x_i \text{ for } i = t_0, \dots, t_0 + k - 1)$ بالقيمة A ، ففي هذه الحالة سيصبح المقدر بالصيغة:

$$\hat{\rho}(1) = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} x_t x_{t+1} I\{t \notin [t_0 - 1, t_0 + k - 1]\}}{\sum_{t=1}^n x_t^2 I\{t \notin [t_0, t_0 + k - 1]\} + kA^2} + \frac{x_{t_0-1}A + (k-1)A^2 + Ax_{t_0+k}}{\sum_{t=1}^n x_t^2 I\{t \notin [t_0, t_0 + k - 1]\} + kA^2} \quad (13)$$

ونلاحظ من المعادلة أعلاه إن قيمة $\hat{\rho}(1)$ تتجه نحو $\frac{k-1}{k}$ عندما تتجه A نحو ∞ هذا يعني إن قيمة $\hat{\rho}(1)$ إما أن تتزايد أو تتناقص عندما تكون الشوارد متفرقة وتعتمد قيمة $\hat{\rho}(1)$ على قيمة k. [23].

المنطق المضيب Fuzzy Logic

ان المنطق المضيب هو عبارة عن المنطق الذي تكون فيه القيم مضيبة أي غير محددة بقيمة واحدة فقط ولكنه يمكن أن يأخذ مجموعة من القيم ضمن فترة معينة على سبيل المثال عندما نقول ان الجو بارد فهذا يعني ان درجة الحرارة يمكن ان تكون ٣ او ٤ او ٦ درجة مئوية وحسب اعتقاد الشخص بالكلمة اللغوية (بارد) ، إذا في المنطق المضيب تكون القيم عبارة عن قيم لغوية (linguistic values) [1],[18].

ومما ذكر أعلاه نجد إن الفرق بين المنطق المضيب Fuzzy Logic والمنطق القطعي Crisp Logic يصبح واضحا كون الأول يقبل أن تنتمي قيمة معينة إلى مجموعتين بدرجة انتماء معينة بينما الثاني لا يقبل ذلك فالقيمة فيه إما تنتمي أو لا تنتمي إلى المجموعة، فمثالنا حول كلمة بارد أو جدا بارد يمكن أن تفهم بأن درجة الحرارة 30° يمكن أن تكون باردة أو جدا باردة. بينما عندما نقول إن درجة الحرارة ٥ تحت الصفر فهي تنتمي إلى مجموعة (الجو بارد) بنسبة ١٠٠% ولا يمكن بأي من الأحوال أن تنتمي إلى مجموعة (الجو حار) لذلك فإن انتمائها يكون بنسبة ٠% لهذه المجموعة.

المجموعات المضيبية Fuzzy Sets

افترض ان A تمثل مجموعة قطعية Crisp Set معرفة على الفضاء X ، إذا لأي عنصر $x \in X$ فإن x إما تنتمي أو لا تنتمي الى المجموعة A ، بينما في المجموعة المضيبية Fuzzy Set فإن خاصية الانتماء تكون اشمل حيث ان العنصر x ليس بالضرورة ان ينتمي او لا ينتمي بشكل مطلق الى المجموعة A وإنما ينتمي بشكل جزئي إليها بالاعتماد على دوال الانتماء membership functions $\mu_A(x)$ التي تقع قيمها ضمن الفترة [0,1] هذا يعني ان $\mu_A(x) : X \rightarrow [0,1]$ ، من هنا نلاحظ ان دالة الانتماء تمثل درجة انتماء العنصر الى مجموعة ما. وتوجد هناك مجموعة دوال انتماء membership functions μ_x نذكر منها الدالة الآتية التي تم الاعتماد عليها في هذا البحث [17],[18] :

دالة الانتماء الكاوسية Gaussian Membership Function

تعرف هذه الدالة على وفق الصيغة الآتية :-

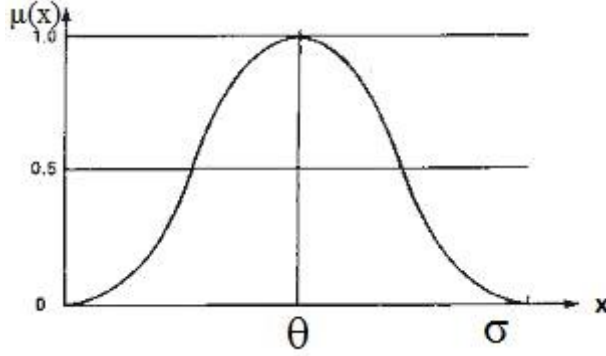
$$\mu_A(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-g}{\sigma}\right)^2\right) \quad (14)$$

حيث ان g يمثل الوسط الحسابي وان $\sigma > 0$ يمثل الانحراف المعياري ويمكن أن تحسب درجة الانتماء إلى المجموعة A على وفق حد القطع α (cut)-بالصيغة

$$A(\alpha) = [g - \sigma\sqrt{-2\ln(\alpha)}, g + \sigma\sqrt{-2\ln(\alpha)}] \quad \forall \alpha \in [0,1] \quad (15)$$

والشكل التالي يوضح رسم الدالة

شكل رقم (٣-٢)
يمثل شكل دالة الانتماء الكاوسية



العلاقات المضببة Fuzzy Relations

ان العلاقات في المنطق القطعي Crisp Logic تمثل وجود او عدم وجود علاقة ترابط او تقاطع بين عناصر مجموعتين او اكثر ، ويمكن ايضا تعميم نفس الفكرة على المنطق المضبب Fuzzy Logic ولكن هنا ستكون العلاقة او الترابط على وفق درجات او مستوى قوة معين التي ستحدد من خلال دالة الانتماء membership function المستخدمة وهنا نلاحظ ايضا ان العلاقة القطعية Crisp Relation تمثل حالة خاصة من العلاقة المضببة Fuzzy relation ، وتوجد هناك مجموعة من الطرائق تستخدم في حساب العلاقات المضببة.

طريقة مامدني Mamdani Method

تعد هذه الطريقة الاكثر شيوعا في الاستخدام في التطبيقات بسبب سهولتها وهي تعتمد على عمليات (min-max) ،ويمكن تلخيص خطوات هذه الطريقة بالاتي :

الخطوة ١ . التضييب Fuzzification

تضييب المدخلات (input fuzzification) من خلال استخدام دوال الانتماء membership functions ، فاذا كان لدينا جزئين او حالتين يراد تضييبهما فإنه عادة ما يستخدم اما التقاطع (disjunction) بأن تستخدم العملية OR ، او من خلال الاتحاد (conjunction) بأن تستخدم العملية AND ، لتحديد قيمة الانتماء النهائية.

الخطوة ٢ : تحديد المخرجات المضببة لكل حالة

يتم تطبيق عامل التضمين المضبب fuzzy implication operator لتحديد مجموعة مضببة جديدة. وهناك نوعين من عوامل التضمين المضبب شائعة الاستخدام وهما عامل الاقل minimum الذي يقطع دالة الانتماء ، والثاني هو عامل الضرب product الذي يجعل العامل الاول قياسيا او موزونا.

الخطوة 3 : تجميع النتائج لجميع المخرجات

في هذه الخطوة يتم دمج المخرجات المحددة في كل حالة في الخطوة ٢ الى مجموعة مضببة واحدة باستخدام عامل التجميع المضبب fuzzy aggregation operator . من خلال عوامل التجميع المضبب مثل عامل الاعظم maximum وعامل المجموع sum .

الخطوة ٤ : ازالة التضييب Defuzzification

وهي عملية تحويل المجموعات المضببة الى قيم قطعية، باستخدام طرائق ازالة التضييب مثل الطريقة المركزية التي تحسب مركز المساحة للمجموعة المضببة المحددة في الخطوة رقم ٣ .

مع ملاحظة ان جميع الطرائق المذكورة اعلاه تعمل ضمن المبدأ العام الآتي
IF (x is (.)) AND (y is (.)) THEN (y is (.)) ELSE (y is (.))

التضبيب وإزالة التضبيب Fuzzification and Defuzzification

ان عملية تحويل البيانات الرقمية الى بيانات لغوية linguistic values تدعى بعملية التضبيب Fuzzification لغرض التعامل معها على اساس المنطق المضبيب وإجراءاته ومنه يتم الحصول على مخرجات Outputs بالاعتماد على المدخلات Inputs ، وتتم هذه العملية من خلال استخدام دوال الانتماء Membership Functions والعلاقات المضبية المستخدمة Fuzzy Relations ، بينما العملية العكسية التي يتم فيها تحويل القيم اللغوية linguistic values الى بيانات عددية او رقمية تسمى بازالة التضبيب Defuzzification حيث توجد هناك عدة طرق لهذه العملية منها [26],[21],[18]:

طريقة مركز المساحة (COA) Center of Area

وتدعى هذه الطريقة ايضا بطريقة مركز الجذب center of gravity او الطريقة المركزية centroid method وفيها تقسم القيمة المزالة ضبابيتها المنطقة تحت دالة الانتماء الى جزأين متساويين، واغلب البحوث تتجه نحو هذه الطريقة التي ستستخدم في بحثنا هذا.

السلاسل الزمنية المضبية Fuzzy Time Series

ان السلسلة الزمنية ودراستها استنادا على القيم اللغوية تسمى بالسلسلة الزمنية المضبية Fuzzy Time series التي بدأت تاخذ رواجاً في السنوات الاخيرة نتيجة لخضوع العديد من الظواهر اليها ، والبحوث الاولى التي تناولت هذا الموضوع تفصيلياً قد تم تقديمها من قبل الباحثين Song و Chissom عام 1993 [27] اللذان وصفا السلاسل الزمنية المضبية وتوظيف معادلات العلاقات المضبية فيها ، وقد قسمها الى نوعين هما السلاسل الزمنية المضبية ثابتة ومتغيرة الزمن Time-variant and Time-invariant time series . ان الفرق الرئيسي بين السلاسل الزمنية التقليدية والسلاسل الزمنية المضبية هي ان المشاهدات في الصيغة التقليدية تكون عبارة عن ارقام بينما في المضبية تكون مضبية ذات قيم لغوية. كذلك أعطى الباحثان مجموعة تعاريف ونظريات حول هذا النوع من السلاسل الزمنية نستعرض اهمها [27]:

تعريف:

تعريف 1

افترض ان $Y(t) (t = \dots, 0, 1, 2, \dots)$ ، المجموعة الجزئية من R^1 ، هي الفضاء الذي تعرف فيه المجموعات المضبية $f_i(t) (i = 1, 2, \dots)$ وان $F(t)$ تمثل عدد من السلاسل الزمنية ضمن المجموعة المحددة وهي $f_i(t)$. بالتالي فإن $F(t)$ تدعى سلسلة زمنية مضبية على $Y(t)$. وهنا فإن $F(t)$ هو متغير لغوي وان $f_i(t) (i = 1, 2, \dots)$ عبارة عن قيم لغوية محتملة لـ $F(t)$.

تعريف 2

إذا كان لأي $f_j(t) \in F(t)$ حيث ان $j \in J$ يوجد هناك $f_i(t-1) \in F(t-1)$ حيث ان $i \in I$ والعلاقة $R_{ij}(t, t-1)$ بحيث ان $f_j(t) = f_i(t-1) \circ R_{ij}(t, t-1)$ ، وبافتراض ان $R(t, t-1) = \bigcup_{i,j} R_{ij}(t, t-1)$ حيث ان \cup يمثل عامل الاتحاد. بالتالي تدعى $R(t, t-1)$ بالعلاقة المضبية بين $F(t)$ و $F(t-1)$ ويمكن وضعها بالصيغة المضبية الآتية:

$$F(t) = F(t-1) \circ R(t, t-1) \quad (16)$$

تعريف 3

إذا كان لأي $f_j(t) \in F(t)$ ، يوجد هناك عدد صحيح $m > 0$ وعلاقة مضبية $R_a^p(t, t-m)$ بحيث ان

$f_j(t) = [f_{i_1}(t-1) \times f_{i_2}(t-2) \times \dots \times f_{i_m}(t-m)] \circ R_a^p(t, t-m)$
 حيث ان \times يمثل عملية الضرب الكارتيزي ، $j \in J$ وان $i_k \in I_k$ حيث ان I_k يمثل مؤشر
 المجموعة لـ $F(t-k)$ ($k=1$ to m)، فإن $F(t)$ تدعى بأنها ناتجة بسبب
 $R_a(t, t-m) = \bigcup_p R_a^p(t, t-m)$ ولنعرّف $F(t-1), F(t-2), \dots, F(t-m)$ ،
 كعلاقة مضببة بين $F(t)$ و $F(t-1), F(t-2), \dots, F(t-m)$ ، يتم الاشارة الى تلك العلاقة
 بالاتي:

$$f_{i_1}(t-1) \cap f_{i_2}(t-2) \cap \dots \cap f_{i_m}(t-m) \rightarrow f_j(t) \quad (17)$$

او بصيغة اخرى

$$F(t-1) \cap F(t-2) \cap \dots \cap F(t-m) \rightarrow F(t) \quad (17a)$$

حيث ان \cap يمثل عامل التقاطع والتالي معادلة العلاقة المضببة

$$F(t) = [F(t-1) \times F(t-2) \times \dots \times F(t-m)] \circ R_a(t, t-m) \quad (18)$$

تعريف 4

في التعريف 3 مع تحقق نفس الشروط فيه ، اذا وجدت علاقة مضببة $R_o^p(t, t-m)$ بحيث ان
 $f_j(t) = [f_{i_1}(t-1) \cup f_{i_2}(t-2) \cup \dots \cup f_{i_m}(t-m)] \circ R_o^p(t, t-m)$
 فيقال ان $F(t)$ متنسبة من خلال اما $F(t-1)$ او $F(t-2)$ او... او $F(t-m)$. ويشار الى هذه
 العلاقة بالشكل الاتي:

$$f_{i_1}(t-1) \cup f_{i_2}(t-2) \cup \dots \cup f_{i_m}(t-m) \rightarrow f_j(t) \quad (19)$$

او بصيغة اخرى

$$F(t-1) \cup F(t-2) \cup \dots \cup F(t-m) \rightarrow F(t) \quad (19a)$$

ومعادلة العلاقة المضببة هي :

$$F(t) = [F(t-1) \cup F(t-2) \cup \dots \cup F(t-m)] \circ R_o(t, t-m) \quad (20)$$

حيث ان

$$R_o(t, t-m) = \bigcup_p R_o^p(t, t-m)$$

وتعرف العلاقة $R_o(t, t-m)$ بأنها العلاقة المضببة بين $F(t)$ و $F(t-1)$ او $F(t-2)$ او... او
 $F(t-m)$.

تعريف 5

على فرض ان $F(t)$ ناتجة بسبب $F(t-1)$ فقط او من خلال $F(t-1)$ او $F(t-2)$ او... او
 $F(t-m)$ ($m > 0$) . ويمكن وضع هذه العلاقة من خلال معادلة العلاقة المضببة الاتية :

$$F(t) = F(t-1) \circ R(t, t-1) \quad (21)$$

او من خلال المعادلة:

$$F(t) = [F(t-1) \cup F(t-2) \cup \dots \cup F(t-m)] \circ R_o(t, t-m) \quad (22)$$

بالتالي المعادلة (21) او المعادلة (22) تدعى بالنموذج من الرتبة الاولى لـ $F(t)$.

تعريف 6

على فرض ان $F(t)$ ناتجة بسبب $m > 0$ ، $F(t-1), F(t-2), \dots, F(t-m)$ في أن واحد
 وهذه العلاقة يمكن صياغتها بمعادلة العلاقة المضببة الاتية :

$$F(t) = [F(t-1) \times F(t-2) \times \dots \times F(t-m)] \circ R_a(t, t-m) \quad (23)$$

بالتالي تدعى المعادلة (23) بنموذج من الرتبة m لـ $F(t)$.

Fuzzy Relations Computation in Time Series

نلاحظ ان العلاقات المضببة تؤدي دورا مهما في النماذج المضببة كونها تشرح العلاقة بين مشاهدات السلسلة الزمنية المضببة المتتابعة وكما تم ذكره سابقا فإن هناك العديد من طرائق حساب هذه العلاقات حيث سنتبع في هذا البحث الطريقة التي اعتمدها الباحثان Song و Chissom في بحوثهما وكذلك اغلب الباحثين الاخرين وهي طريقة Mamdani [21] (انظر مثلا [11],[22],[27],[28]).

على فرض ان $F(t)$ تمثل سلسلة زمنية مضببة ($t = \dots, 0, 1, 2, \dots$) وان $R(t, t-1)$ تمثل علاقة للنموذج من الرتبة الأولى للسلسلة $F(t)$ ، وبالاتحاد على التعريف رقم (2) فإنه لأي $f_j(t) \in F(t)$ حيث إن $j \in J$ يوجد هناك $f_j(t-1) \in F(t-1)$ ، $i \in I$ وعلاقة مضببة $R_{ij}(t, t-1)$ بحيث إن $f_j(t) = f_i(t-1) \circ R_{ij}(t, t-1)$ وان $R(t, t-1) = \bigcup_{ij} R_{ij}(t, t-1)$. وبما ان $f_j(t) = f_i(t-1) \circ R_{ij}(t, t-1)$ مكافئة لـ " IF $f_i(t-1)$ THEN $f_j(t)$ " اذا نحصل على $R_{ij}(t, t-1) = f_i(t-1) \times f_j(t)$ لذلك فإن [27]:

$$R(t, t-1) = \max_{i,j} \{ \min(f_i(t-1), f_j(t)) \} \quad (24)$$

وان $R_o(t, t-m)$ لـ $F(t)$ للنموذج من الرتبة الأولى وبموجب التعريف 4 يكون

$$f_j(t) = [f_{i_1}(t-1) \cup f_{i_2}(t-2) \cup \dots \cup f_{i_m}(t-m)] \circ R_o^p(t, t-m)$$

وهذا مكافئ للعلاقة (IF $f_{i_1}(t-1)$ OR $f_{i_2}(t-2)$ OR ...OR $f_{i_m}(t-m)$ THEN $f_j(t)$) لنحصل على

$$R_o^p(t, t-m) = f_{i_1}(t-1) \times f_j(t) \cup f_{i_2}(t-2) \times f_j(t) \cup \dots \cup f_{i_m}(t-m) \times f_j(t) \quad (25)$$

لذلك فإن

$$R_o^p(t, t-m) = \max_k \{ \min(f_{i_k}(t-k), f_j(t)) \} \quad (26)$$

وان

$$R_o(t, t-m) = \max_p \{ \max_k \{ \min(f_{i_k}(t-k), f_j(t)) \} \} \quad (27)$$

وان $R_a(t-m)$ لـ $F(t)$ للنموذج من الرتبة m ، واعتمادا على التعريف 3

$$f_j(t) = [f_{i_1}(t-1) \times f_{i_2}(t-2) \times \dots \times f_{i_m}(t-m)] \circ R_a^p(t, t-m)$$

حيث ان $j \in J$ وان $i_k \in I_k$ بمؤشر المجموعة I_k لـ $F(t-k)$ ($k=1$ to m) . وهذا مكافئ لـ (IF $f_{i_1}(t-1)$ AND $f_{i_2}(t-2)$ AND ...AND $f_{i_m}(t-m)$ THEN $f_j(t)$) لنحصل على

$$R_a^p(t, t-m) = f_{i_1}(t-1) \times f_{i_2}(t-2) \times \dots \times f_{i_m}(t-m) \times f_j(t) \quad (28)$$

بالاتي

$$R_a^p(t, t-m) = \min_{j, i_1, \dots, i_m} [f_j(t), f_{i_1}(t-1), f_{i_2}(t-2), \dots, f_{i_m}(t-m)] \quad (29)$$

$$R_a(t, t-m) = \max_p \{ \min_{j, i_1, \dots, i_m} [f_j(t), f_{i_1}(t-1), f_{i_2}(t-2), \dots, f_{i_m}(t-m)] \} \quad (30)$$

حساب معامل الارتباط الذاتي في السلاسل الزمنية المضببة

إن السلسلة الزمنية المضببة هي عبارة عن مجموعة فترات متتابعة عند أزمان مختلفة، هذا يعني إننا لا نملك نقاط وحيدة عند كل زمن وإنما نملك عدد غير منته من النقاط وهنا تبرز مشكلة حساب معامل الارتباط الذاتي للبيانات المضببة والذي يعد مقياسا مهما لقياس درجة العلاقة أو الترابط بين مشاهدات السلسلة الزمنية المتتابعة، ولكن نلاحظ إن الترابط بين الفترات يمكن أن

يعرف كمجموعة ترابط بين نقاط او مجموعات بيانات مختلفة في كل فترة او يمكن تعريفها كترابط بين بعض النقاط المحددة في كل فترة. نتيجة لذلك تناول العديد من الباحثين هذه المشكلة في سبيل التوصل الى أفضل طريقة لحساب هذا المقياس [2],[13],[16],[30],[31]. فقد اقترح الباحث Song عام ٢٠٠٣ [30] ان يتم قياس الارتباط الذاتي بين الفترات بشكل تقريبي من خلال اقتراحه ثلاث طرائق هي استخدام إزالة التضييب Defuzzification والارتباط الذاتي لمتوسط محيط α Contour Average Autocorrelation- والارتباط الذاتي بالمتوسط العشوائي Random-Average Autocorrelation

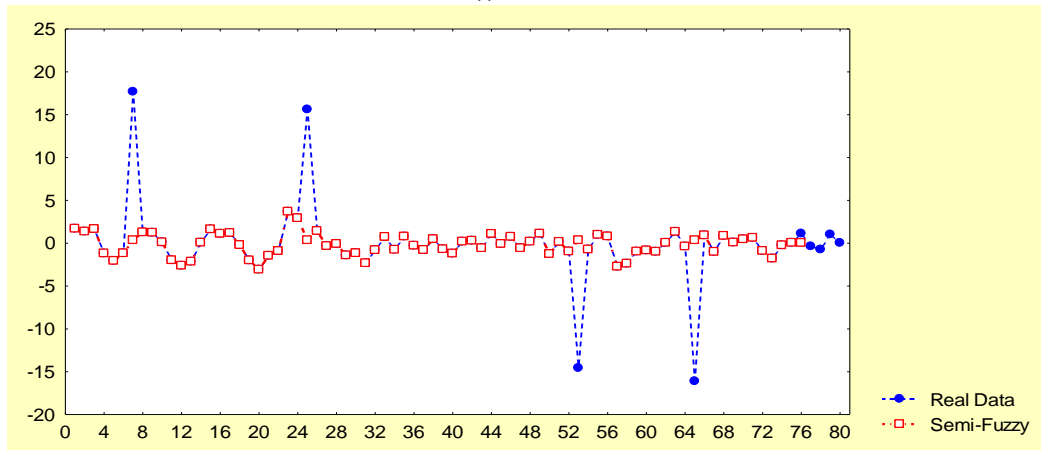
الارتباط الذاتي شبه المضيب (أسلوب مقترح) Semi-Fuzzy Autocorrelation

يقترح الباحث استخدام أسلوب جديد في عملية حساب الارتباط الذاتي عندما تكون هناك بيانات شاردة بأن يتم حساب الارتباط الذاتي بالاعتماد على خليط بين بيانات أصلية وبيانات مضببة حيث تشمل البيانات الأصلية تلك التي لا تحتوي على قيم شاردة بينما سنتعامل مع البيانات الشاردة كبيانات غير مؤكدة أي مضببة ومن خلال الدمج بينهما نحصل على بيانات شبه مضببة Semi-Fuzzy data يتم حساب معامل الارتباط على أساسها وخطوات خوارزمية احتساب هذا النوع من الارتباط الذاتي يمكن تلخيصها بالآتي:-

- كشف البيانات الشاردة من خلال أي أداة أو أسلوب الكشف عن الشوارد في السلاسل الزمنية ويفضل ان تكون أداة أو أسلوب جيد لان عملية التضييب ستعتمد عليها.
- يتم تضييب Fuzzification السلسلة الزمنية بالكامل باستخدام إحدى دوال الانتماء Membership Function المذكورة سابقا وبالاعتماد على سبع مجاميع مضببة ،وهنا تم استخدام دالة الانتماء الكاوسية Gaussian Membership Function.
- يتم حساب العلاقات المضببة Fuzzy Relations باستخدام إحدى الطرائق المذكورة سابقا وتم في هذا البحث استخدام طريقة Mamdani مع طريقة أعظم-أدنى Max-Min .
- يتم إزالة التضييب Defuzzification للبيانات المضببة .
- نعوض عن القيم الشاردة بالقيم المزالة ضبابيتها Defuzzified لنحصل على بيانات جديدة تمثل سلسلة زمنية شبه مضببة Semi-Fuzzy Time Series، والشكل التالي يمثل بيانات بحجم عينة ٨٠ مولدة من نموذج $SARMA(1,0,0)x(0,0,1)_4$ والبيانات شبه المضببة الخاصة بها حيث تم تلويث البيانات بربع قيم شاردة من نوع AO

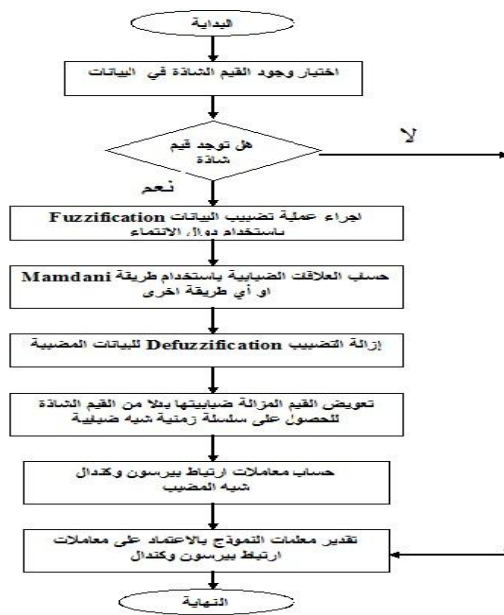
شكل رقم (1)

يمثل رسم بيانات ملوثة مولدة من نموذج $SARMA(1,0,0)x(0,0,1)$ والبيانات شبه مضببة



- للبيانات في الخطوة السابقة يتم حساب معامل الارتباط الذاتي شبه المضبيب ، حيث تم حساب هذا المعامل باستخدام طريقة بيرسون وأسميناه معامل بيرسون شبه المضبيب . Semi-Fuzzy Pearson Autocorrelation
 - بعد ذلك تم حساب هذا المعامل باستخدام طريقة كندال وأسميناه معامل كندال شبه المضبيب . Semi-Fuzzy Kendall Autocorrelation
 - تستخدم معاملات الارتباط الذاتي شبه المضبيب التي حصلنا عليها في عملية تقدير المعلمات للنموذج.
- والمخطط التالي يصف خطوات الخوارزمية أعلاه.

شكل رقم (2)
يمثل مخطط خوارزمية احتساب الارتباط الذاتي شبه المضبيب



المحاكاة

لغرض اختبار دقة الطرائق المقترحة في هذا البحث تم استخدام أسلوب المحاكاة من خلال توليد حد الخطأ العشوائي من توزيع طبيعي قياسي وبأحجام عينات مختلفة ومن ثم تلوينه بنسب وأنواع مختلفة من الشوارد التي تارة تتبع توزيع طبيعي بمتوسط وتباين مختلف أو تتبع توزيع آخر مثل توزيع t الذي يمتاز بأنه ثقيل الأطراف لنموذج $SARIMA(1,0,0) \times (0,0,1)_4$ ذات الرتب الدنيا التي غالباً ما تتبعه بيانات الظواهر المدروسة في الواقع التطبيقي. وتم هنا اختيار نوعين من الشوارد هما الأكثر شيوعاً في السلاسل الزمنية الأولى هو AO والثاني هو IO ، وتم اختبار الطرائق التقليدية والطرائق المقترحة على نفس البيانات المولدة وذلك للوصول إلى قدرة هذه الطرائق على مقاومة نسب مختلفة من الشوارد (5% ، 10% ، 15%) وعلى أحجام العينات التالية ($n=20,40,80,200$) ، وكانت معايير المفاضلة التي على أساسها يتم الحكم على أفضلية مقدرات طريقة على غيرها هي (RMSE, MAPE, %Bias) ، حيث ان الطريقة التي تتمتع بحصانة أكثر يجب ان تمتلك اقل قيمة من قيم معايير المفاضلة.

وصف التجربة

صمم الباحث تجربة بلغة البرمجة R بالخصائص الآتية :

- (i) توليد بيانات نظيفة حسب النموذج (3) بالمعلمات الافتراضية الآتية ($\phi_1 = 0.56, \Theta_1 = 0.35$) بحد خطأ عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي القياسي وبأحجام العينات المذكورة آنفاً.
- (ii) تلويف البيانات السابقة بنسب الشوارد انفة الذكر من النوع AO وذلك من خلال استبدال المشاهدات النظيفة بأخرى شاردة تكون قيمها عالية .
- (iii) تلويف حد الخطأ العشوائي للنموذج في الفقرة (1) بنسب مختلفة من الشوارد من النوع IO تتبع التوزيع الطبيعي بتباين مقداره 30.
- (iv) تلويف حد الخطأ العشوائي للنموذج في الفقرة (1) بنسب مختلفة من الشوارد من النوع IO تتبع توزيع t بدرجة حرية 3.
- (v) حساب معامل ارتباط بيرسون (P) وكندال (K) لجميع أنواع البيانات المذكورة في الفقرات أعلاه.
- (vi) حساب معامل ارتباط بيرسون شبه المضيب (S-F P) ومعامل ارتباط كندال شبه المضيب (S-F K) اذ تم الاعتماد على دالة الانتماء الكاوسية بالوسط الحسابي والتباين كمعلمات للدالة.
- (vii) تقدير معلمات النموذج المفترض باستخدام طريقة العزوم بالاعتماد على معاملات الارتباط الذاتي المذكورة في الفقرات (v,vi) .
- (viii) تكرار التجربة ٢٠٠ مرة لغرض الوصول الى استقرار النتائج.
- (ix) حساب معايير التحيز النسبي (Bias %) ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة (MAPE) وجذر متوسط مربعات الأخطاء (RMSE) للمعلمة ومقارنة النتائج على أساسها.

تحليل النتائج لنموذج SARIMA(1,0,0)x(0,0,1)₄

سيتم الاعتماد على المعلمات النظرية التالية في عملية محاكاة هذا النموذج $\phi_1 = 0.56, \Theta_1 = 0.35$

(i) عندما (n=20,40, 80)

معلمة النموذج غير الموسمي

من خلال الجداول رقم (1) و (2) و (3) لوحظ ان هناك سلوكا مشابها لما ورد في النموذج السابق حيث كانت هناك أفضلية لطريقة بيرسون وطريقة بيرسون شبه المضيب على بقية الطرائق عندما تكون البيانات خالية من بينما سجلت النتائج أقل قيم لمعايير المقارنة لطريقتي كندال وكندال شبه المضيب .ولكن لوحظ بأن حصانة طريقة بيرسون (P) تنتهك عندما تكون البيانات ملوثة بشوارد من نوع AO بينما قاومت طريقة (S-F P) وجود تلك المشاهدات الشاردة ،كذلك قاومت طريقة كندال (k) وطريقة (S-F K) ولكن بنسبة اقل من الطرائق السابقة ، وتقل هذه المقاومة بزيادة نسب وجود القيم الشاردة. اما عندما تكون الشوارد من النوع IO فيلاحظ بقاء قوة مقاومة طريقة (S-F P) تجاهها ولكلا نوعي التوزيع الملوث بهما ونلاحظ تحسن أداء طريقة (K) عند وجود هذا النوع من الشوارد عندما يكون التوزيع هو توزيع طبيعي بتباين مختلف بينما يتحسن أداء طريقة P عند توزيع t حيث يقترب ادائه من أداء طريقة S-F P.

معلمة النموذج الموسمي

لا يختلف الحال في عملية تقدير معلمة النموذج الموسمي عنه في معلمة النموذج غير الموسمي حيث كان سلوك المقدرات مطابق لما تم شرحه في أعلاه سوى في حالة وجود شوارد IO وعندما يكون التوزيع t حيث تحسن أداء طريقة (P) ولكن ادائها يتراجع بزيادة نسبة التلويف. لوحظ أيضا إن مقدرات الطرائق للمعلمة الموسمية كانت اكثر حصانة منها في المعلمة الغير موسمية بنسبة ما يقارب ٨٥ % حيث تأثرت بشكل اقل بوجود القيمة الشاردة في البيانات . كذلك لوحظ ان بزيادة حجم العينة يزداد أداء الطرائق تحسنا.

RMS E	MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة	RMS E	MAP E	%Bias	ϕ_1	الطريقة	نوع البيانات
0.184	6.489	15.336	0.296	P	0.253	14.316	27.646	0.405	P	نظيفة
0.305	22.128	44.812	0.193	K	0.302	21.667	40.9	0.331	K	
0.184	6.489	15.336	0.296	S-F P	0.253	14.316	27.646	0.405	S-F P	
0.305	22.128	44.812	0.193	S-F K	0.302	21.667	40.9	0.331	S-F K	
0.637	105.491	102.069	0.007	P	0.579	86.595	92.899	0.04	P	
0.355	31.01	53.486	0.163	K	0.395	38.925	59.665	0.226	K	
0.195	7.451	17.532	0.289	S-F P	0.338	27.744	44.808	0.309	S-F P	
0.315	23.827	46.551	0.187	S-F K	0.394	38.664	58.433	0.233	S-F K	
0.785	161.723	126.923	0.094	P	0.492	61.929	77.931	0.124	P	ملوثة بشوارد (AO) 10%
0.457	53.111	71.128	0.101	K	0.407	41.661	60.364	0.222	K	
0.272	17.109	34.017	0.231	S-F P	0.369	33.573	52.212	0.268	S-F P	
0.378	35.432	57.279	0.15	S-F K	0.428	46.197	64.812	0.197	S-F K	
0.905	215.654	146.577	0.163	P	0.521	69.499	82.816	0.096	P	
0.55	77.886	86.216	0.048	K	0.416	43.488	60.255	0.223	K	
0.326	25.536	43.854	0.197	S-F P	0.387	37.235	54.285	0.256	S-F P	
0.547	76.961	83.453	0.058	S-F K	0.429	46.503	64.485	0.199	S-F K	
0.277	17.739	35.306	0.226	P	0.51	66.704	79.35	0.116	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30 (IO)
0.212	9.271	8.479	0.32	K	0.401	40.14	59.313	0.228	K	
0.173	5.211	6.279	0.372	S-F P	0.392	38.332	54.968	0.252	S-F P	
0.253	14.421	25.28	0.262	S-F K	0.416	43.594	63.195	0.206	S-F K	
0.286	19.26	37.218	0.22	P	0.511	67.016	77.051	0.129	P	
0.226	10.894	14.065	0.301	K	0.439	48.779	63.278	0.206	K	
0.176	5.496	3.899	0.364	S-F P	0.411	42.38	58.228	0.234	S-F P	
0.259	15.132	27.803	0.25	S-F	0.44	49.057	66.192	0.18	S-F	

3					9					
K					K					
0.286	19.213	34.65	0.22 9	P	0.52	69.343	77.91	0.12 4	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين ٣٠ %١٥) ((IO)
0.228	11.22	28.715	0.24 9	K	0.488	60.893	73.664	0.14 7	K	
0.182	6.082	5.087	0.36 8	S-F P	0.44	49.103	63.959	0.20 2	S-F P	
0.272	17.052	29.885	0.24 5	S-F K	0.491	61.482	75.869	0.13 5	S-F K	
0.207	8.733	16.958	0.29 1	P	0.319	24.402	42.675	0.32 1	P	ملوثة بتوزيع t ((df=3 (%٥) (IO)
0.295	20.484	41.988	0.20 3	K	0.359	31.605	49.595	0.28 2	K	
0.19	6.947	13.268	0.30 4	S-F P	0.318	24.285	42.121	0.32 4	S-F P	
0.3	21.324	42.342	0.20 2	S-F K	0.375	34.939	55.699	0.24 8	S-F K	
0.214	9.609	20.134	0.28	P	0.313	23.556	44.104	0.31 3	P	ملوثة بتوزيع t ((df=3 (10% (IO)
0.3	21.453	42.95	0.2	K	0.354	30.707	50.505	0.27 7	K	
0.202	8.161	17.197	0.29	S-F P	0.272	17.005	34.457	0.36 7	S-F P	
0.311	23.083	44.658	0.19 4	S-F K	0.386	37.014	57.053	0.24 1	S-F K	
0.212	9.455	22.643	0.27 1	P	0.3	21.427	38.003	0.34 7	P	ملوثة بتوزيع t ((df=3 (15% (IO)
0.327	25.739	48.246	0.18 1	K	0.371	34.266	50.893	0.27 5	K	
0.202	8.299	19.566	0.28 2	S-F P	0.288	19.389	36.106	0.35 8	S-F P	
0.316	23.913	46.24	0.18 8	S-F K	0.401	40.288	60.337	0.22 2	S-F K	

جدول رقم (1)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطرائق الخمسة وقيم معايير المفاضلة وحجم العينة $n=20$
(عندما $\phi_1 = 0.56$, $\Theta_1 = 0.35$)

RMS E	MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة	RMS E	MAP E	%Bias	ϕ_1	الطريقة	نوع البيانات
0.158	4.017	12.022	0.30 8	P	0.197	7.834	17.905	0.46	P	نظيفة
0.277	17.734	40.602	0.20 8	K	0.293	20.163	42.371	0.32 3	K	
0.158	4.017	12.022	0.30 8	S-F P	0.197	7.834	17.905	0.46	S-F P	
0.277	17.734	40.602	0.20 8	S-F K	0.293	20.163	42.371	0.32 3	S-F K	
0.667	116.04	107.47	-	P	0.574	85.04	92.149	0.04	P	ملوثة

		6	0.02 6					4		بشوارد (AO) 5%
0.37	33.954	57.482	0.14 9	K	0.369	33.652	56.587	0.24 3	K	
0.187	6.752	21.635	0.27 4	S-F P	0.235	12.059	27.924	0.40 4	S-F P	
0.321	24.861	48.914	0.17 9	S-F K	0.352	30.517	53.629	0.26	S-F K	
0.643	107.49	103.50 8	- 0.01 2	P	0.572	84.518	91.787	0.04 6	P	ملوثة بشوارد (AO) %١٠
0.429	46.364	67.156	0.11 5	K	0.428	46.029	66.872	0.18 6	K	
0.232	11.721	30.682	0.24 3	S-F P	0.257	14.976	32.554	0.37 8	S-F P	
0.359	31.709	55.291	0.15 6	S-F K	0.383	36.578	59.069	0.22 9	S-F K	
0.633	104.17 7	101.94 1	- 0.00 7	P	0.588	89.717	94.618	0.03	P	ملوثة بشوارد (AO) 15%
0.468	55.666	73.808	0.09 2	K	0.479	58.468	75.621	0.13 7	K	
0.279	18.206	39.691	0.21 1	S-F P	0.292	20.126	39.881	0.33 7	S-F P	
0.397	39.533	61.958	0.13 3	S-F K	0.405	41.061	62.736	0.20 9	S-F K	
0.247	13.648	34.946	0.22 8	P	0.415	43.138	63.603	0.20 4	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتيانين ٣٠ (%٥) (IO)
0.224	10.691	11.983	0.30 8	K	0.342	28.576	48.604	0.28 8	K	
0.141	2.617	1.93	0.34 3	S-F P	0.228	11.302	26.121	0.41 4	S-F P	
0.245	13.307	30.418	0.24 4	S-F K	0.378	35.578	57.985	0.23 5	S-F K	
0.239	12.429	30.823	0.24 2	P	0.436	48.106	64.718	0.19 8	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتيانين ٣٠ (%١٠) (IO)
0.226	11.053	9.829	0.31 6	K	0.344	28.843	51.228	0.27 3	K	
0.141	2.799	3.557	0.33 8	S-F P	0.268	16.501	34.06	0.36 9	S-F P	
0.255	14.667	36.664	0.22 2	S-F K	0.412	42.561	60.311	0.22 2	S-F K	
0.235	11.887	28.232	0.25 1	P	0.46	53.854	68.837	0.17 5	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتيانين ٣٠ (%١٥) (IO)
0.217	9.949	10.467	0.31 3	K	0.373	34.374	56.217	0.24 5	K	
0.145	2.9	0.202	0.34 9	S-F P	0.292	19.928	38.19	0.34 6	S-F P	
0.257	14.806	32.557	0.23 6	S-F K	0.418	44.086	61.927	0.21 3	S-F K	
0.161	4.327	13.813	0.30	P	0.243	12.971	29.166	0.39	P	ملوثة

			2					7		بتوزيع t (df=3 (5% (IO)
0.279	18.074	41.033	0.20 6	K	0.308	22.607	44.984	0.30 8	K	
0.152	3.482	9.484	0.31 7	S-F P	0.219	10.051	25.265	0.41 9	S-F P	
0.283	18.603	41.517	0.20 5	S-F K	0.335	27.205	49.532	0.28 3	S-F K	
0.158	4.055	11.785	0.30 9	P	0.249	13.834	29.58	0.39 4	P	ملوثة بتوزيع t (df=3 (10% (IO)
0.268	16.458	38.959	0.21 4	K	0.311	23.068	45.314	0.30 6	K	
0.155	3.616	10.549	0.31 3	S-F P	0.226	10.806	25.623	0.41 7	S-F P	
0.266	16.376	38.678	0.21 5	S-F K	0.352	30.393	53.131	0.26 2	S-F K	
0.173	5.245	15.101	0.29 7	P	0.251	14.02	31.733	0.38 2	P	ملوثة بتوزيع t (df=3 (15% (IO)
0.281	18.508	41.33	0.20 5	K	0.303	21.885	44.309	0.31 2	K	
0.161	4.17	11.793	0.30 9	S-F P	0.21	9.15	20.924	0.44 3	S-F P	
0.283	18.667	41.476	0.20 5	S-F K	0.355	31.001	53.338	0.26 1	S-F K	

جدول رقم (2)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطرائق الخمسة وقيم معايير المفاضلة وحجم العينة $n=40$
(عندما $\phi_1 = 0.56$, $\Theta_1 = 0.35$)

RMSE	MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة	RMSE	MAPE	%Bias	ϕ_1	الطريقة	نوع البيانات
0.13	1.978	8.859	0.319	P	0.167	4.838	11.039	0.498	P	نظيفة
0.268	16.656	40.083	0.21	K	0.297	20.914	44.353	0.312	K	
0.13	1.978	8.859	0.319	S-F P	0.167	4.838	11.039	0.498	S-F P	
0.268	16.656	40.083	0.21	S-F K	0.297	20.914	44.353	0.312	S-F K	
0.581	87.484	93.388	0.023	P	0.563	81.999	90.494	0.053	P	ملوثة بشوارد (AO) 5%
0.342	28.605	52.898	0.165	K	0.371	34.042	57.612	0.237	K	
0.155	3.627	15.142	0.297	S-F P	0.192	7.167	18.279	0.458	S-F P	
0.297	20.762	44.883	0.193	S-F K	0.345	29.111	52.988	0.263	S-F K	
0.615	98.122	98.975	0.004	P	0.46	53.792	73.248	0.15	P	ملوثة بشوارد (AO) 10%
0.407	41.532	63.965	0.126	K	0.39	37.912	61.106	0.218	K	
0.197	7.852	25.394	0.261	S-F P	0.21	8.987	25.621	0.417	S-F P	
0.336	27.345	51.656	0.169	S-F K	0.367	33.276	57.05	0.241	S-F K	
0.613	97.508	98.688	0.005	P	0.514	67.853	82.325	0.099	P	ملوثة بشوارد (AO) 15%
0.455	52.559	72.076	0.098	K	0.44	49.12	69.759	0.169	K	
0.243	13.184	34.715	0.228	S-F P	0.249	13.929	33.667	0.371	S-F P	
0.382	36.279	59.817	0.141	S-F	0.394	38.633	61.471	0.216	S-F	

				K					K	
0.217	9.77	7.794	0.323	P	0.318	24.324	42.494	0.322	P	ملوثة
0.232	11.783	33.23	0.234	K	0.285	19.054	42.295	0.323	K	بتوزيع
0.126	1.699	2.976	0.34	S-F P	0.167	4.721	14.383	0.479	S-F P	طبيعي
0.226	10.945	31.948	0.238	S-F K	0.359	31.715	51.996	0.269	S-F K	بتباين ٣٠ (%٥) (IO)
0.226	10.979	15.238	0.297	P	0.326	25.569	42.503	0.322	P	ملوثة
0.228	11.196	32.252	0.237	K	0.288	19.545	41.26	0.329	K	بتوزيع
0.122	1.342	4.824	0.333	S-F P	0.187	6.706	17.199	0.464	S-F P	طبيعي
0.241	12.7	34.74	0.228	S-F K	0.383	36.654	59.91	0.225	S-F K	بتباين ٣٠ (%١٠) (IO)
0.224	10.662	18.058	0.287	P	0.369	33.696	55.525	0.249	P	ملوثة
0.243	13.083	34.857	0.228	K	0.333	26.824	50.835	0.275	K	بتوزيع
0.122	1.433	2.452	0.341	S-F P	0.195	7.344	19.909	0.449	S-F P	طبيعي
0.253	14.439	37.091	0.22	S-F K	0.417	43.603	65.3	0.194	S-F K	بتباين ٣٠ (%١٥) (IO)
0.13	1.929	8.297	0.321	P	0.173	5.385	15.868	0.471	P	ملوثة
0.253	14.286	36.935	0.221	K	0.286	19.311	42.566	0.322	K	بتوزيع
0.126	1.565	6.126	0.329	S-F P	0.158	4.012	8.459	0.513	S-F P	t (df=3
0.253	14.338	37.007	0.22	S-F K	0.322	25.126	49.01	0.286	S-F K	((5% (IO)
0.134	2.138	8.644	0.32	P	0.184	6.28	17.969	0.459	P	ملوثة
0.255	14.636	37.342	0.219	K	0.302	21.502	45.012	0.308	K	بتوزيع
0.13	1.82	6.572	0.327	S-F P	0.161	4.292	10.502	0.501	S-F P	t
0.259	15.077	37.794	0.218	S-F K	0.332	26.668	50.495	0.277	S-F K	((df=3 (10% (IO)
0.145	2.942	12.927	0.305	P	0.19	6.894	19.481	0.451	P	ملوثة
0.272	17.171	40.7	0.208	K	0.305	22.119	45.907	0.303	K	بتوزيع
0.134	2.02	8.908	0.319	S-F P	0.161	4.142	9.607	0.506	S-F P	t
0.274	17.448	40.972	0.207	S-F K	0.322	25.152	49.174	0.285	S-F K	((df=3 (15% (IO)

جدول رقم (3)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطرائق الخمسة وقيم معايير المفاضلة ولحجم العينة $n=80$ عندما $(\phi_1 = 0.56, \Theta_1 = 0.35)$

(ii) عندما $(n=200)$

(a) معلمة النموذج غير الموسمي والموسمي

من خلال الجدول رقم (4) لوحظ ان هناك أفضلية لطريقة بيرسون وطريقة بيرسون شبه المضرب على بقية الطرائق عندما تكون البيانات خالية من الشوارد بينما سجلت النتائج أقل قيم لمعايير المقارنة لطريقتي كندال وكندال شبه المضرب. ولكن لوحظ بأن طريقة بيرسون (P)

تتأثر بالشوارد من نوع AO بينما قاومت طريقة (S-F P) وجود تلك المشاهدات الشاردة، كذلك اعطت طريقة (S-F K) نتائج افضل مقارنة ببقية انواع الشوارد .
 اما عندما تكون الشوارد من النوع IO فيلاحظ استمرار مقاومة طريقة (S-F P) وتحسن اداء طريقة (P) لتحتمل المرتبة الاولى من ناحية الاداء .

RMSE	MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة	RMSE	MAPE	%Bias	ϕ_1	الطريقة	نوع البيانات
0.11	0.654	4.088	0.336	P	0.134	2.018	3.225	0.542	P	نظيفة
0.253	14.313	37.498	0.219	K	0.3	21.382	45.933	0.297	K	
0.11	0.654	4.088	0.336	S-F P	0.134	2.018	3.225	0.542	S-F P	
0.253	14.313	37.498	0.219	S-F K	0.3	21.382	45.933	0.297	S-F K	
0.578	86.516	92.963	0.025	P	0.407	41.597	64.015	0.202	P	ملوثة بشوارد (AO) 5%
0.321	24.883	49.666	0.176	K	0.369	33.552	57.575	0.238	K	
0.126	1.569	10.36	0.314	S-F P	0.158	3.982	13.947	0.482	S-F P	
0.281	18.286	42.475	0.201	S-F K	0.339	28.017	52.551	0.266	S-F K	
0.6	93.251	96.54	0.012	P	0.601	93.541	96.694	0.019	P	ملوثة بشوارد (AO) 10%
0.391	38.155	61.572	0.134	K	0.427	45.884	67.58	0.182	K	
0.158	4.042	18.733	0.284	S-F P	0.187	6.756	23.662	0.427	S-F P	
0.315	23.831	48.54	0.18	S-F K	0.362	32.256	56.544	0.243	S-F K	
0.606	95.252	97.579	0.008	P	0.609	96.242	98.086	0.011	P	ملوثة بشوارد (AO) 15%
0.439	48.76	69.672	0.106	K	0.473	56.969	75.363	0.138	K	
0.205	8.537	28.376	0.251	S-F P	0.23	11.424	32.248	0.379	S-F P	
0.358	31.528	55.947	0.154	S-F K	0.395	38.85	61.958	0.213	S-F K	
0.243	13.135	34.639	0.229	P	0.247	13.688	34.99	0.364	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30 (5%) (IO)
0.237	12.329	34.638	0.229	K	0.302	21.494	45.867	0.303	K	
0.11	0.483	1.888	0.343	S-F P	0.148	3.168	9.94	0.504	S-F P	
0.237	12.238	19.9	0.28	S-F K	0.339	27.882	52.479	0.266	S-F K	
0.182	6.003	12.026	0.308	P	0.249	13.826	28.678	0.399	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30 (10%) (IO)
0.232	11.671	33.695	0.232	K	0.303	21.866	46.144	0.302	K	
0.11	0.506	0.252	0.351	S-F P	0.164	4.585	16.078	0.47	S-F P	
0.224	10.562	32.083	0.238	S-F K	0.365	32.855	57.028	0.241	S-F K	
0.148	3.132	11.378	0.31	P	0.297	20.764	37.404	0.351	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30 (15%) (IO)
0.237	12.166	34.346	0.23	K	0.302	21.545	45.832	0.303	K	
0.11	0.603	2.458	0.359	S-F P	0.173	5.462	18.225	0.458	S-F P	
0.207	8.868	29.24	0.248	S-F K	0.411	42.332	64.805	0.197	S-F K	
0.114	0.806	6.045	0.329	P	0.13	1.754	4.125	0.537	P	ملوثة

0.259	15.082	38.545	0.215	K	0.307	22.373	46.958	0.297	K	بتوزيع t (df=3 (5% (IO)
0.118	0.954	6.829	0.326	S-F P	0.138	2.297	7.132	0.52	S-F P	
0.261	15.554	39.132	0.213	S-F K	0.318	24.315	49.007	0.286	S-F K	
0.114	0.865	5.916	0.329	P	0.134	2.255	2.989	0.543	P	
0.255	14.618	37.912	0.217	K	0.303	21.994	46.454	0.3	K	ملوثة بتوزيع t (df=3 (10% (IO)
0.114	0.832	5.421	0.331	S-F P	0.141	2.785	8.048	0.515	S-F P	
0.257	14.844	38.15	0.216	S-F K	0.326	25.544	50.135	0.279	S-F K	
0.114	1.009	6.098	0.329	P	0.134	2.094	0.052	0.54	P	
0.253	14.338	37.523	0.219	K	0.3	21.465	45.927	0.303	K	ملوثة بتوزيع t (df=3 (15% (IO)
0.118	0.803	5.007	0.332	S-F P	0.141	2.583	8.555	0.512	S-F P	
0.257	15.039	38.453	0.215	S-F K	0.338	27.686	52.205	0.268	S-F K	
0.114	1.009	6.098	0.329	P	0.134	2.094	0.052	0.54	P	

جدول رقم (4)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطرائق الخمسة وقيم معايير المفاضلة ولحجم العينة $n=200$ (عندما $\phi_1 = 0.56$, $\Theta_1 = 0.35$)

الاستنتاجات

- بعد تحليل النتائج خلص البحث الى مجموعة من الاستنتاجات ندرجها بالاتي:
- اعطت الطريقة المقترحة (S-F P) نتائج جيدة حيث كانت اكثر مقاومة لوجود الشوارد ونسبها وانواعها.
 - كانت نتائج الطريقة المقترحة (S-F P) بوجود القيم الشاردة من نوع AO في البيانات افضل من حالة وجود الشوارد من نوع IO.
 - لم تعطي الطريقة المقترحة الثانية (S-F K) نتائج جيدة مقارنة بالطرائق الاخرى.
 - عند ازدياد نسب التلوين فإن الطرائق تتأثر اكثر ولكن الطريقة المقترحة (S-F P) كانت الاقل تائرا.
 - عندما تتجه قيمة المعلمة غير الموسمية النظرية نحو الصفر يقل مقدار RMSE و MAPE و %Bias.
 - كان تآثر طريقة (P) بوجود القيم الشاردة من نوع AO اكبر منه في حالة الشوارد من نوع IO.
 - كان تآثر طريقة (P) بوجود القيم الشاردة من نوع IO عندما يكون التوزيع الملوث به هو توزيع طبيعي بتباين مختلف اكبر منه في حالة التوزيع t.
 - عندما يزداد حجم العينة تنخفض مقادير RMSE و MAPE و %Bias.
 - عندما تزداد نسبة التلوين تزداد مقادير RMSE و MAPE و %Bias.
 - اعطت نتائج الطرائق المستخدمة سلوكا متشابه في حالتي تقدير معلمتي النموذج الموسمية وغير الموسمية
 - تأثرت جميع الطرائق بوجود قيم شاردة من نوع AO و IO في البيانات وكان تأثير النوع الاول اكثر من تأثير النوع الثاني وكانت طريقة (S-F P) الاقل تائرا، بينما طريقة (P) هي الاكثر تائرا.
 - ان حصانة طريقة بيرسون (P) تنتهك عندما تكون البيانات ملوثة بشوارد من أي نوع بينما قاومت طريقة (S-F P) وجود تلك المشاهدات الشاردة
 - قاومت طريقة كندال (k) وطريقة (S-F K) ولكن بنسبة اقل من الطرائق السابقة، وتقل هذه المقاومة بزيادة نسب وجود القيم الشاردة.

1. Abdul Khaliq & Ahmed, A. (2010)" Fuzzy Logic and Approximate Reasoning " , master thesis , Blekinge Institute of Technology , Sweden.
2. Bodenhofer, U. & Klawonn , F. (2008) " Robust Rank Correlation Coefficients on Basis of Fuzzy Orderings: Initial Steps" , Mathware & Soft Computing , Vol. 15 , pp. 5-20.
3. Box ,G. E. , Jenkins G. M., Reinsel G. C. (2008) "Time Series Analysis: Forecasting and Control " , 4th Edition , Wiley, New York.
4. Box, G.E. , Jenkins, G.M. (1976) "Time Series Analysis, Forecasting and Control", Revised Edition, Holden-Day, San Francisco.
5. Brockwell, P. & Davis, R. (2002) "Introduction to Time Series and Forecasting" Second Edition , Springer ,New York.
6. Bruce, A.G. – Martin, R.D. (1989) "Leave-k-out diagnostics for time series (with discussion)". Journal of the Royal Statistical Society, B 51, 363–424.
7. Bustos, H. and Yohai, V. J. (1986), "Robust estimates of ARMA models," Journal of the American Statistical Association, Vol. 81(393), 155-159.
8. Chakhchoukh, Y, Panciatici, P., Bondon, P. , Mili,L., (2009) "A new robust estimation method for ARMA models", IEEE ,ICASSP.
9. Chakhchoukh, Y. (2010) "A new robust estimation method for ARMA models", IEEE Transactions on Signal Processing. Vol.58, No.7, 3512-3522.
10. Chatfield, C., (2004) "The analysis of time series, an introduction" sixth edition: New York, Chapman & Hall/CRC.
11. Chen , S. & Chung , N. (2006) " Forecasting Enrollments of Students by Using Fuzzy Time Series and Genetic Algorithms" , Information and Management Sciences , vol. 17 , No. 3 , pp. 1-17.
12. Denoeux, T., Masson, M.-H., H'ebert, P. (2005) "Nonparametric rank-based statistics and significance tests for fuzzy data", Fuzzy Sets Syst. Vol. 153, 1–28
13. D'Urso , P. & Maharaj , E. (2009)" Autocorrelation –based fuzzy clustering of time series " ,Fuzzy Sets and Systems , 160 , 3565-3589.
14. Fox, A.J. (1972), "Outliers in Time Series", Journal of the Royal Statistical Society, B, 34, 350-363.
15. H'ebert, P.-A., Masson, M.-H., Denoeux, T. (2003) "Fuzzy rank correlation between fuzzy numbers" IFSA . LNCS, vol. 2715, 224–227. Springer, Heidelberg .
16. Hryniewicz, O. & Szediw, A. (2008) " Fuzzy Kendall Statistic for Autocorrelated Data " , soft methods for hand, var. and imprecision, ASC 48 , 155-162 , Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
17. Jha , G. & Thavaneswaran , A. (2011) " Possibility Theory with an Application to Volatility Estimation" , Journal of the Indian Society of Agricultural Statistics , vol. 65 , No. 3 , pp. 267-274.
18. Klir , G. & Yuan , B. (1995) " Fuzzy Sets and Fuzzy Logic : Theory and Applications" , Pearson Education Inc. , Upper Saddle River , New Jersey , U.S.A.

19. Lee , M. , Nor, M. , Suhartono , Sadaei , H. , Abd Rahman, N. and Kamisan, N. (2012) " Fuzzy Time Series : An Application to Tourism Demand Forecasting" , American Journal of Applied Science , vol. 9, No. 1 , pp. 132-140.
20. Luna, X. and Genton, M. (2001) " Robust Simulation-Based Estimation of ARMA Models", Journal of Computational and Graphical Statistics, vol. 10, No. 2, pp. 370-387.
21. Mamdani , E. (1977) " Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis", IEEE Trans. Comput. Vol.(26) ,pp. 1182-1191.
22. Mandal ,S. , Choudhury, J. , De ,D. & Chaudhuri ,S. (2008)" Roll of Membership functions in Fuzzy Logic for Prediction of Shoot Length of Mustard Plant Based on Residual Analysis" , World Academy of Science ,Engineering and Technology , 38 , 378-384.
23. Maronna, R.A., Martin, R.D. and Yohai, V.J. (2006). Robust Statistics: Theory and Methods, Wiley, West Sussex.
24. Muler, N., Pena,D. and Yohai, V., (2009) "Robust Estimation for ARMA Models", The Annals of Statistics, vol. 37, No. 2, pp. 816-840.
25. Sampson , M. (2001)"Time Series Analysis" Log-linear Publications, Canada.
26. Song , Q. & Bortolan , G. (1994) " Some properties of defuzzification neural networks " , Fuzzy Sets and Systems , 61 , 83-89.
27. Song , Q. & Chissom , B. S. (1993)"Fuzzy time series and its models " , Fuzzy Sets and Systems , 54, 269-277.
28. Song , Q. & Chissom , B. S. (1993_a)"Forecasting enrollments with fuzzy time series –Part I", Fuzzy Sets and Systems , 54, 1-9.
29. Song , Q. & Chissom , B. S. (1994)"Forecasting enrollments with fuzzy time series –Part II", Fuzzy Sets and Systems , 62, 1-8.
30. Song , Q. (2003) "A Note on Fuzzy Time Series Model Selection With Sample Autocorrelation Functions" , Cybernetics and Systems :An International Journal , 34 , 93-107.
31. Szmidt, E. & Kacprzyk, J. (2011) " The Spearman and Kendall rank correlation coefficients between intuitionistic fuzzy sets" , EUSFLAT-LFA , Aix-les-Bains, pp. 521-528.
32. TSAY, R. S. (1988) "Outliers, Level Shifts, and Variance Changes in Time Series" , Journal of Forecasting, Vol. 7, 1-20.
33. Tseng , F. , Tzeng , G. , Yu, H. and Yuan, B. (2001) " Fuzzy ARIMA model for forecasting the foreign exchange market" , Fuzzy Sets and Systems , Vol. 118 , pp. 9-19.
34. Zadeh , L. (1975) " Fuzzy logic and approximate reasoning" , University of California , Berkeley.