استخدام طريقة الالتواء النسبي Percentage Bend لتقدير معلمات النموذج الموسمي الضربي $SARIMA\ (0,0,1)_s\ X\ (0,0,1)_s$ بوجود القيم الشاردة

أ.م. طاهر ريسان دخيل أ.د. عبدالمجيد حمزة الناصر

كلية الادارة والاقتصاد /جامعة القادسية وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

الملخص

غالبا ما تصاحب عملية جمع البيانات وجود قيم شاردة تؤثر بشكل كبير ليس فقط على عملية تشخيص النموذج الملائم الذي يعتمد على معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي وانما يتعدى ذلك الى عملية تقدير معلمات النموذج ومن هنا فان هذا البحث يهدف الى جعل معامل الارتباط الذاتي حصينا تجاه تلك القيم الشاردة , يمكن الاعتماد على أسلوب تقدير العزوم (او ما يدعى بمعادلات Yule-Walker) لغرض إيجاد مقدرات معلمات النموذج التي ستكون حصينة أيضا تبعا لحصانة تلك المعاملات, وحقق الباحث هدفه هذا من خلال توسيع طريقة حصينة تدعى بارتباط الالتواء النسبي (PB) Percentage Bend Correlation وهي طريقة يمكن استخدامها لايجاد معاملات الارتباط الذاتية الحصينة التي تستخدم بعد ذلك في ايجاد مقدرات معلمات النماذج المدروسة.

Abstract

Data collection often contains of outliers that influence not only in model diagnostic which depends on autocorrelation and partial autocorrelation coefficients, but exceed to model parameters estimation, so the goal of this paper is to make the autocorrelation coefficient robust against outliers, thus use the moments estimation method (or so-called Yule-Walker equations) to estimate model parameters which will be robust depending on those coefficients. This goal is achieved by extending the robust Percentage Bend Correlation method to use it in estimate the autocorrelation coefficients which will be used in parameter estimation.

المقدمة

يعد بناء السلاسل الزمنية وتحليلها من الأساليب الإحصائية التي لها تطبيقات واسعة في مختلف المجالات الاقتصادية والاجتماعية والسكانية والطبية وغيرها, إلا إن الممارسين العمليين للإحصاء ينبغي أن يكونوا على دراية كافية بان وجود قيمة شاردة واحدة قد يؤثر تأثيرا كبيرا على مقدرات معلمات نموذج السلسلة الزمنية ,لذلك اهتم الباحثون كثيرا في البحوث الإحصائية بهذه المشكلة التي أخذت نقاشا واسعا في تطبيقات نماذج الانحدار إلا إنها واجهت بعض الصعوبات في تشخيص القيم الشاردة وتقدير المعلمات في نماذج السلاسل الزمنية وذلك لوجود اعتمادية او ارتباط بين مشاهدات السلسلة الزمنية. وتجدر الإشارة إلى أن هناك دراسات سابقة تناولت المقدرات الحصينة بالاعتماد على فكرة التعامل مع معاملات الارتباط الذاتي ولكنها اختلفت في كيفية تقديرها ومن هذه الدراسات والبحوث بحثا قدمه الباحثان Yohai و Bustos عام 1986 [5] حيث قاما بدراسة التقديرات الحصينة من خلال تقديم صنفين من المقدرات الحصينة لنماذج (ARMA) المختلطة , الأول يعتمد على التباين المشترك للبواقي (Residual Autocovariance) (RA) , والثاني يعتمد على التباين المشترك المبتور للبواقي (Truncated Residual Autocovariance) (TRA) , وفي عام 2009 قدم الباحث Chakhchoukh وآخرون [6] أسلوبا جديدا في تقدير معلمات نموذج (ARMA) المختلطة يعتمد على نسبة مجموعة من قيم الوسيط مع المنقي الحصين (Robust Filter) لغرض رفض القيم الكبيرة من الشوارد وعاد الباحث نفسه عام 2010 ليقدم أسلوبا آخر اسماه (مقدرات نسب الوسائط (Ratio of Medians Estimator) (RME)) لتقدير دالة الارتباط الذاتي بشكل حصين ومن ثم استخدامها في تقدير المعلمات [7] .

هدف البحث

أن الهدف من هذا البحث هو جعل معامل الارتباط الذاتي حصينا ويمكن الاعتماد على أسلوب تقدير العزوم (او ما يدعى معادلات Yule-Walker) لغرض إيجاد مقدرات معلمات النموذج التي ستكون حصينة أيضا تبعا لحصانة تلك المعاملات, وحاول الباحث تحقيق هدفه هذا من خلال إيجاد مقدرات معلمات النماذج المدروسة باستخدام معاملات الارتباط الذاتي وبالاعتماد على معامل ارتباط حصين باستخدام طريقة ارتباط الالتواء النسبي Percentage Bend Correlation (PB) التي تم توسعتها في الاستخدام من نماذج الانحدار الى نماذج السلاسل الزمنية من قبل الباحث.

النماذج الموسمية المختلطة $SARIMA(p,d,q)x(P,D,Q)_s$

على افتراض ان P , D , Q , p , d , q أعداد صحيحة غير سالبة ,فان x_t تمثل سلسلة زمنية بالقيمة الموسمية s ويكتب النموذج الذي يمثلها بالصيغة الآتية:-

$$\phi(B)\Phi(B^s)\,x_t = \vartheta(B)\Theta(B^s)a_t \qquad (1)$$

حيث ان

$$a_t \sim N(0,\sigma_a^2) \ , E(a_t)=0 \ , \underset{a_t}{\gamma}(k)=\begin{cases}\sigma_a^2 & ,k=0\\ 0 & ,k\neq 0\end{cases} \qquad (2)$$

$$\phi(B)=1-\phi_1 B \ -\phi_2 B^2-\phi_3 B^3-...$$
$$\Phi(B^s)=1-\Phi_1 B^s-\Phi_2 B^{2s}-\Phi_3 B^{3s}-...$$
$$\vartheta(B)=1-\vartheta_1 B \ -\vartheta_2 B^2-\vartheta_3 B^3-...$$
$$\Theta(B^s)=1-\Theta_1 B^s-\Theta_2 B^{2s}-\Theta_3 B^{3s}-...$$

وان p يمثل رتبة نموذج الانحدار الذاتي الغير موسمي
وان d يمثل درجة الفروق للنموذج غير الموسمي
وان q يمثل رتبة نموذج الأوساط المتحركة غير الموسمي
وان P يمثل رتبة نموذج الانحدار الذاتي الموسمي
وان D يمثل درجة الفروق للنموذج الموسمي
وان Q يمثل رتبة نموذج الأوساط المتحركة الموسمي

ويدعى النموذج أعلاه بنموذج الانحدار الذاتي والأوساط المتحركة المختلط الموسمي الضربي (Multiplicative Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average) ويرمز لها بالرمز SARIMA(p,d,q)x(P,D,Q)s , ويذكر معظم الباحثون إن قيمة D في التطبيقات العملية قلما ما تكون أكثر من الواحد وان قيمتي P و Q قلما تتجاوز الثلاثة [1,2,3] .

<u>دالة الارتباط الذاتي (مخطط الارتباط) Autocorrelation function (correlogram)</u>

ان شكل العلاقة وقوتها بين مشاهدات السلسلة الزمنية يمكن ان تكشف من خلال سلسلة من القيم الكمية تدعى بمعاملات الارتباط الذاتي للعينة ,التي تقيس الارتباط بين المشاهدات عند ازمان مختلفة. على افتراض وجود n من ازواج المشاهدات لمتغيرين x و y . فان معامل الارتباط البسيط (Pearson) بين x و y يمكن كتابته بالصيغة الاتية :

$$r=\frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\left[\sum(x_i-\bar{x})^2\right]^{1/2}\left[\sum(y_i-\bar{y})^2\right]^{1/2}} \qquad (3)$$

حيث ان المجاميع تجمع لـ n من المشاهدات.

نفس الفكرة يمكن تطبيقها على السلاسل الزمنية التي ترتبط فيها المشاهدات المتعاقبة, فبدلا من وجود سلسلتين زمنيتين مختلفتين فان الارتباط يتم حسابه بين سلسلة زمنية واحدة ونفسها ولكن بارتداد زمني بمقدار وحدة زمنية واحدة او أكثر, وبذلك فان معامل الارتباط الذاتي من الرتبة الأولى يعطى على وفق الصيغة الآتية :-

$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n-1}(x_t - \bar{x})(x_{t+1} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{n}(x_t - \bar{x})^2} \qquad (4)$$

حيث ان $\bar{x}$ يمثل الوسط الحسابي العام.

ويمكن ان تعمم المعادلة رقم (4) لتعطي الارتباط بين المشاهدات لـ k من الفترات الزمنية :-

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{n}(x_t - \bar{x})^2} \qquad (5)$$

ان r_k تدعى بمعامل الارتباط الذاتي بفترة الارتداد k , ويدعى مخطط دالة الارتباط الذاتي كدالة لفترة الارتداد k بمخطط الارتباط (correlogram) . وبما ان التباين هو عبارة عن معدل مربع البعد عن الوسط الحسابي كذلك فان التباين المشترك الذاتي للسلسلة الزمنية يعرف بأنه معدل مضروب البعد (المسافة) عند الأزمان t و t+k :-

$$\gamma_k = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n-k}(x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x}) \qquad (6)$$

حيث ان γ_k يمثل معامل التباين المشترك الذاتي AutoCoVariance Factor (ACVF) عند فترة الارتداد k , وان التباين المشترك الذاتي عند فترة الارتداد صفر γ_0 يمثل التباين للسلسلة الزمنية , وبدمج المعادلتين (5) و (6) فانه يمكن كتابة الارتباط الذاتي عند فترة الارتداد k بصيغة التباين المشترك الذاتي وكالاتي:

$$r_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \qquad (7)$$

ان المعادلة رقم (6) مقدر متحيز لتباين المجتمع. لذلك يمكن كتابة ACVF بمعادلة بديلة :-

$$\gamma_k = \frac{1}{n-k}\sum_{t=1}^{n-k}(x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x}) \qquad (8)$$

وان ACVF في المعادلة (8) يمتلك تحيزا اقل من ACVF المحسوب من المعادلة (6) ولكن له متوسط مربعات أخطاء أعلى [1,2,8,11] .

نموذج $\underline{\text{SARIMA (0,0,1)X(0,0,1)}_s}$

يمكن كتابة النموذج بصورته العامة بالصيغة الاتية :-

$$x_t = (1 - \vartheta_1 B)(1 - \Theta_1 B^s)a_t \qquad (9)$$

وباستخدام صيغة تجزئة Wold يمكن إعادة كتابة النموذج كالاتي :-

$$x_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t-j} = \psi(B)\, a_t \qquad (10)$$

حيث ان

$$\psi(B) = (1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \psi_3 B^3 + ...)$$

$$\psi(B) = (1 - \vartheta_1 B)(1 - \Theta_1 B^s) = 1 - \vartheta_1 B - \Theta_1 B^s + \vartheta_1 \Theta_1 B^{s+1}$$

وعلى فرض ان $s = 4$

$$(1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \psi_3 B^3 + ...) = 1 - \vartheta_1 B - \Theta_1 B^4 + \vartheta_1 \Theta_1 B^5$$

ويمكن حساب قيم ψ_j وكما يأتي :-

$$B : \psi_1 = -\vartheta_1$$

$$B^2 : \psi_2 = 0$$

$$B^3 : \psi_3 = 0$$

$$B^4 : \psi_4 = -\Theta_1$$

$$B^5 : \psi_5 = \vartheta_1 \Theta_1$$

$$B^j : \psi_j = 0 \qquad j \geq 6$$

ولغرض استخراج قيم التباينات المشتركة الذاتية يمكن استخدام تجزئة Wold لهذا الغرض

$$\gamma(k) = \sigma_a^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+k}$$

$$\gamma(k) = \sigma_a^2 (\psi_0 \psi_k + \psi_1 \psi_{k+1} + \psi_4 \psi_{k+4} + \psi_5 \psi_{k+5})$$

$$k = 0$$

$$\gamma(0) = \sigma_a^2 (1 + \vartheta_1^2 + \Theta_1^2 + \vartheta_1^2 \Theta_1^2) = \sigma_a^2 (1 + \vartheta_1^2)(1 + \Theta_1^2) = \mathrm{var}(x_t)$$

$$k = 1$$

$$\gamma(1) = \sigma_a^2 (-\vartheta_1 - \vartheta_1 \Theta_1^2) = -\sigma_a^2 \vartheta_1 (1 + \Theta_1^2)$$

$$k = 2$$

$$\gamma(2) = 0$$

$$k = 3$$

$$\gamma(3) = \sigma_a^2 \vartheta_1 \Theta_1$$

$$k = 4$$

$$\gamma(4) = \sigma_a^2 (-\Theta_1 - \vartheta_1^2 \Theta_1) = -\sigma_a^2 \Theta_1 (1 + \vartheta_1^2)$$

$$k = 5$$

$$\gamma(5) = \gamma(3) = \sigma_a^2 \vartheta_1 \Theta_1$$

وبقسمة هذه القيم على قيمة التباين عندما k=0 نحصل على الارتباطات الذاتية وكما يأتي :-

$$\rho(k) = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)}$$

$$\rho(0) = \frac{\gamma(0)}{\gamma(0)} = 1$$

$$\rho(1) = \frac{\gamma(1)}{\gamma(0)} = \frac{-\vartheta_1}{1+\vartheta_1^2}$$

$$\rho(3) = \frac{\vartheta_1\Theta_1}{(1+\vartheta_1^2)(1+\Theta_1^2)}$$

$$\rho(4) = \frac{-\Theta_1}{(1+\Theta_1^2)}$$

$$\rho(5) = \rho(3) = \frac{\vartheta_1\Theta_1}{(1+\vartheta_1^2)(1+\Theta_1^2)}$$

وبصورة عامة يمكن كتابة خصائص هذا النموذج وكما يأتي :-

$$\text{var}(x_t) = \gamma(0) = \sigma_a^2(1+\vartheta_1^2+\Theta_1^2+\vartheta_1^2\Theta_1^2) = \sigma_a^2(1+\vartheta_1^2)(1+\Theta_1^2) \qquad (11)$$

$$\rho(s+1) = \rho(s-1) = \rho(s)\rho(1) \qquad (12)$$

$$\rho(k) = 0 \quad if \quad k = 2 \quad or \quad k \geq 6$$

ومن هنا يمكن تقدير معلمات النموذج باستخدام طريقة العزوم حيث نجد ان

$$\rho(1) = \frac{-\vartheta_1}{1+\vartheta_1^2} \;\Rightarrow\; \rho(1)\,\vartheta_1^2 + \vartheta_1 + \rho(1) = 0$$

$$\hat{\vartheta}_1 = \frac{-1 \pm \sqrt{(1-4\hat{\rho}(1)^2)}}{2\hat{\rho}(1)} \qquad (13)$$

اما تقدير المعلمة الموسمية فيتم من خلال الآتي

$$\rho(4) = \frac{-\Theta_1}{1+\Theta_1^2} \;\Rightarrow\; \rho(4)\,\Theta_1^2 + \Theta_1 + \rho(4) = 0$$

$$\therefore\ \hat{\Theta}_1 = \frac{-1 \pm \sqrt{(1-4\hat{\rho}(4)^2)}}{2\hat{\rho}(4)} \qquad (14)$$

الشوارد في السلاسل الزمنية Outliers In Time Series

إذا أردنا نموذجا سليما فانه يتم استبدال المشاهدات الشاردة ببعض المقدرات الحصينة. وقد صنف الباحث Fox عام 1972 القيم الشاردة في السلاسل الزمنية إلى صنفين هما القيم الشاردة المضافة (Additive AO outliers) والقيم الشاردة النمطية IO (innovational outliers) [9] .

اما الباحث Tsay فقد صنف الحالات غير الطبيعية التي تواجهنا في تحليل السلاسل الزمنية الى الشوارد (Outliers) والتغيرات البنيوية او التركيبية للسلسلة (structure changes) وقد بين انها تعد شيئا مألوفا في تحليل السلاسل الزمنية التطبيقية , وغالبا ما يتم إهمال وجودها او تجاهل تأثيرها ,وان ظهور مثل هذه الأحداث غير الطبيعية قد تضلل نتائج التحليل وتؤدي الى استنتاجات

خاطئة. وقد جزأ الشوارد إلى شوارد مضافة ((additive outlier (AO)) وشوارد نمطية ((innovational outlier (IO)) , أما التغيرات البنيوية (structure changes) فقد جزئها الى تحول المستوى ((level shift (LS)) وتغير التباين ((variance change (VC)) ,وصنف تحول المستوى إلى تحول مستوى دائم ((permanent level change (LC)) وتحول مستوى مؤقت (transient level change (TC)) [12].

ان الشوارد المضافة Additive Outliers هو نوع من الشوارد الذي يؤثر في مشاهدة واحدة فقط, بعد ذلك فان السلسلة تعود الى مسارها الطبيعي وكان شيئا لم يحدث. وان التأثير الذي يحدث بسبب AO عند الزمن t=T يعطى بالصيغة

$$Z_t = X_t + wI_t^T = \frac{\vartheta(B)}{\phi(B)}a_t + wI_t^T$$

حيث ان

$$I_t^T = 1 \quad if \quad t = T$$
$$I_t^T = 0 \quad if \quad t \neq T$$

وان w يمثل مقدار التأثير

اما الشوارد النمطية Innovation Outliers فهو ذلك النوع من الشوارد الذي يؤثر في مشاهدات لاحقة ابتداءاً من موقع القيمة الشاردة , او هي الشوارد التي ينتشر تأثيرها في المشاهدات اللاحقة ويعتمد هذا التأثير على قوة ذاكرة النظام او النموذج $\vartheta(B)/\phi(B)$, وان التأثير الذي يحدث بسبب IO يعطى بالصيغة

$$Z_t = X_t + wI_t^T = \frac{\vartheta(B)}{\phi(B)}(a_t + wI_t^T)$$

وهذان النوعان من الشوارد (AO و IO) شائعا الظهور في السلاسل الزمنية .

تأثير الشوارد في السلاسل الزمنية Outliers Influence in Time Series

يمكن ان تؤثر القيم الشاردة في السلاسل الزمنية سلبا في عملية تقدير معلمات النموذج المستخدم وان طبيعة هذا التأثير يعتمد على نوع القيم الشاردة.

وسيكون الاهتمام منصبا في هذا البحث على التأثير في دالة الارتباط الذاتي $\rho(k)$ كونها حساسة جدا لوجود مثل هذه القيم , لنفترض إن $x_1, x_2, ..., x_n$ تمثل قيم سلسلة زمنية بحجم n ولنفترض ان $Ex_t = 0$ وان معامل الارتباط الذاتي المحسوب من العينة $\hat{\rho}(1)$ هو تقدير لـ $\rho(1)$ عند فترة الارتداد k=1 يمكن ان يكتب بالصيغة -:

$$\hat{\rho}(1) = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} x_t x_{t+1}}{\sum_{t=1}^{T} x_t^2} \qquad (15)$$

لنفترض الآن إن قيمة المشاهدة عند الزمن t_0 (x_{t_0}) قد تم استبدالها بالقيمة A حيث إن $2 \le t_0 \le n-1$ ولذا يكون :-

$$\hat{\rho}(1) = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} x_t x_{t+1} I(t \notin \{t_0 - 1, t_0\})}{\sum_{t=1}^{n} x_t^2 I(t \neq t_0) + A^2} + \frac{x_{t_0-1}A + A x_{t_0+1}}{\sum_{t=1}^{n} x_t^2 I(t \neq t_0) + A^2} \qquad (16)$$

ومن المعادلة أعلاه نلاحظ ان A تظهر بصورة خطية في البسط بينما تظهر بصورة تربيعية في المقام , وان $\hat{\rho}(1)$ يتجه نحو الصفر عندما تتجه قيمة A نحو ∞ بثبوت جميع قيم x_t $t \neq t_0$ الأخرى وهذا يشير إلى تأثير القيمة الشاردة في دالة الارتباط الذاتي $\hat{\rho}(1)$ [10], إن قيمة A هي من نوع القيم الشاردة المنفردة (Isolated outliers) .

أما إذا كانت القيم الشاردة تمثل نوع الشوارد المتفرقة (Patchy outliers) فان التأثير سوف يختلف , فعلى افتراض انه تم استبدال k من القيم (x_i $(i = t_0, ..., t_0 + k - 1)$) بالقيمة A ,ففي هذه الحالة سيصبح المقدر بالشكل الآتي:-

$$\hat{\rho}(1) = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} x_t x_{t+1} I\{t \notin [t_0 - 1, t_0 + k - 1]\}}{\sum_{t=1}^{n} x_t^2 I\{t \notin [t_0, t_0 + k - 1]\} + kA^2} + \frac{x_{t_0-1}A + (k-1)A^2 + A x_{t_0+k}}{\sum_{t=1}^{n} x_t^2 I\{t \notin [t_0, t_0 + k - 1]\} + kA^2} \qquad (17)$$

ونلاحظ من المعادلة أعلاه أن قيمة $\hat{\rho}(1)$ تتجه نحو $(k-1)/k$ عندما تتجه A نحو ∞ هذا يعني أن قيمة $\hat{\rho}(1)$ إما أن تتزايد أو تتناقص عندما تكون الشوارد متفرقة وتعتمد قيمة $\hat{\rho}(1)$ على قيمة k .

الارتباطات الحصينة Robust Correlations

توجد هناك العديد من الاساليب التي يمكن من خلالها ايجاد مقدرات حصينة لمعامل الارتباط مثل طريقة ارتباط الالتواء النسبي Percentage Bend Correlation وطريقة Biweight Midcovariance و طريقة Winsorized مع ملاحظة ان الطريقتين قد استخدمتا في تقدير الارتباط بين متغيرين مختلفين ولم تستخدما في ايجاد الارتباط الذاتي المستخدم في السلاسل الزمنية. وهنا سيتم الاعتماد على طريقة ارتباط الالتواء النسبي Percentage Bend Correlation بعد توسيعها الى حيز الاستخدام في السلاسل الزمنية [13,14] .

طريقة ارتباط الالتواء النسبي Percentage Bend Correlation

ارتباط الالتواء النسبي Percentage Bend Correlation (PB) هو نوع من ارتباطات اسلوب M في التقدير الحصين الذي اثبت نجاحه فيما يتعلق باختبار فرضية الاستقلالية بين متغيرين او

اكثر, ولتقدير ارتباط الالتواء النسبي بالاعتماد على العينة العشوائية $(x_1,y_1),...,(x_n,y_n)$. افترض ان M_x يمثل وسيط عينة المشاهدات $x_1,x_2,...,x_n$. ولنفترض اننا اخترنا قيمة لـ $0<\beta<0.5$, الان يتم حساب الاتي :

$$w_i=|x_i-M_x|$$
$$m=(1-\beta)n$$

حيث يتم تقريب المقدار $m=(1-\beta)n$ الى اقرب عدد صحيح . افترض ان $w_{(1)}\le w_{(2)}\le ...\le w_{(n)}$ تمثل القيم المرتبة لـ w_i وافترض ان $\hat{\omega}_x=w_{(m)}$, وافترض ان i_1 يمثل عدد قيم x_i التي تحقق الشرط $(x_i-M_x)/\hat{\omega}_x<-1$ وان i_2 يمثل عدد قيم x_i التي تحقق الشرط $(x_i-M_x)/\hat{\omega}_x>1$. ومن ثم يتم حساب الصيغ الاتية :

$$\left.\begin{aligned} s_x&=\sum_{i=i_1+1}^{n-i_i}x_{(i)}\\ \hat{\xi}_x&=\frac{\hat{\omega}_x(i_2-i_1)+s_x}{n-i_1-i_2}\end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

وبعدها تحسب u_i وفق الصيغة $u_i=(x_i-\hat{\xi}_x)/\hat{\omega}_x$.

يتم تكرار ما ذكر أعلاه لقيم y_i لغرض الحصول على $v_i=(y_i-\hat{\xi}_y)/\hat{\omega}_y$.

افترض ان

$$\varsigma(x)=\max[-1,\min(1,x)] \qquad (19)$$

يتم حساب

$$\left.\begin{aligned} A_i&=\varsigma(u_i)\\ B_i&=\varsigma(v_i)\end{aligned}\right. \qquad (20)$$

$$B_i=\varsigma(v_i)$$

فان ارتباط الالتواء النسبي بين x و y يحسب على وفق الصيغة الاتية:-

$$r_{pb}=\frac{\sum A_i\ B_i}{\sqrt{\sum A_i^2\ \sum B_i^2}} \qquad (21)$$

ومن خلال ما ذكر اعلاه نلاحظ ان هذه الطريقة تعتمد في حسابها على الوسيط للانحرافات المطلقة عن الوسيط MAD (Median Absolute Deviations) [13,14] .

المحاكاة

لغرض اختبار دقة الطريقتين المستخدمة في هذا البحث تم استخدام أسلوب المحاكاة من خلال توليد حد الخطأ العشوائي من توزيع طبيعي قياسي وبأحجام عينات مختلفة ومن ثم تلويثه بنسب وأنواع مختلفة من الشوارد التي تارة تتبع توزيع طبيعي بمتوسط وتباين مختلف او تتبع توزيع آخر

مثل توزيع t الذي يمتاز بأنه ثقيل الأطراف , وتم اختيار نموذج $SARIMA(0,0,1)x(0,0,1)_4$ ذو الرتب الدنيا الذي غالبا ما تتبعه بيانات الظواهر المدروسة في الواقع التطبيقي .

تم هنا اختيار نوعين من الشوارد هما الأكثر شيوعا في السلاسل الزمنية الأول هو AO والثاني هو IO , وتم اختبار الطريقتين على البيانات المولدة نفسها وذلك للوصول الى قدرة هاتين الطريقتين على مقاومة نسب مختلفة من الشوارد (5% , 10%, 15%) وعلى أحجام العينات الاتية (n=20,40,80,200) , وكان معياري المفاضلة التي على أساسها يتم الحكم على أفضلية مقدرات طريقة على غيرها هما (MAPE , %Bias) , حيث ان الطريقة التي تتمتع بحصانة أكثر يجب ان تمتلك اقل قيمة من قيم معياري المفاضلة. وصمم الباحث تجربة بالخصائص الآتية :-

(i) توليد بيانات نظيفة حسب بالمعلمات الافتراضية الآتية ($\Theta_1 = 0.5$, $\vartheta_1 = 0.2$, 0.4 , 0.7) بحد خطأ عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي القياسي وبأحجام العينات المذكورة آنفا .

(ii) تلويث البيانات السابقة بنسب الشوارد انفة الذكر من النوع AO وذلك من خلال استبدال المشاهدات النظيفة بأخرى شاردة تكون قيمها عالية .

(iii) تلويث حد الخطأ العشوائي للنموذج في الفقرة (1) بنسب مختلفة من الشوارد من النوع IO تتبع التوزيع الطبيعي بتباين مقداره 20.

(iv) تلويث حد الخطأ العشوائي للنموذج في الفقرة (1) بنسب مختلفة من الشوارد من النوع IO تتبع توزيع t بدرجة حرية 3.

(v) حساب معامل ارتباط بيرسون (P) لجميع أنواع البيانات المذكورة في الفقرات أعلاه.

(vi) حساب معامل ارتباط الالتواء النسبي (PB).

(vii) تقدير معلمات النموذج المفترض باستخدام طريقة العزوم بالاعتماد على معاملات الارتباط الذاتي المذكورة في الفقرات (v,vi) .

(viii) تكرار التجربة 200 مرة لغرض الوصول الى استقرار النتائج.

(ix) حساب معايير التحيز النسبي (%Bias) ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة (MAPE) ومقارنة النتائج على أساسها.

تحليل النتائج

i) عندما (n=20,40,80) و $\vartheta_1 = 0.2$, $\Theta_1 = 0.5$

a) معلمة النموذج غير الموسمي

من خلال الجدول رقم (1 و 4 و 7) لوحظ ان هناك أفضلية لطريقة بيرسون عندما تكون البيانات خالية من الشوارد حيث كان مقدار التحيز النسبي و MAPE هو الأقل ويأتي بعدها الطريقة الحصينة (PB). وقد لوحظ ايضا ان حصانة طريقة بيرسون (P) تنتهك عندما تكون البيانات ملوثة بشوارد من نوع AO و IO بينما قاومت وطريقة (PB) وجود تلك المشاهدات الشاردة , وتقل هذه المقاومة بزيادة نسب وجود القيم الشاردة.

b) معلمة النموذج الموسمي

لا يختلف الحال في عملية تقدير معلمة النموذج الموسمي عنه في معلمة النموذج غير الموسمي حيث كان سلوك المقدرات مطابق لما تم شرحه في أعلاه سوى في حالة وجود شوارد IO وعندما يكون التوزيع t حيث تحسن اداء طريقة (P) , لوحظ أيضا إن مقدرات الطريقتين للمعلمة الموسمية

كانت اقل حصانة منها في المعلمة غير الموسمية حيث تأثرت بشكل اكبر بوجود القيمة الشاردة في البيانات .

ii) عندما (n=20,40,80) و $\vartheta_1 = 0.4$, $\Theta_1 = 0.5$

a) معلمة النموذج غير الموسمي

من خلال قيم التحيز النسبي و MAPE والموضحة في الجدول رقم (2 و 5 و 8) لوحظ ان سلوك الطريقتين كان مشابها لما تم شرحه في الجدول السابق في حالة البيانات النظيفة حيث ان افضل النتائج كانت عند طريقة (P) , لكن ما ان يتم تلويث البيانات حتى نرى تأثر طريقة بيرسون بوجود القيمة الشاردة وبشكل كبير جدا نتيجة تحسسه لهذه القيمة اما بالنسبة لطريقة (percentage bend) الحصينة فقد كانت اقل تحسسا للقيمة الشاردة .

b) معلمة النموذج الموسمي

لوحظ ان مقدرات الطريقتين للمعلمة الموسمية كانت اقل حصانة منها في المعلمة غير الموسمية في حالة حجم العينة الصغير حيث تأثرت بشكل اكبر بوجود القيمة الشاردة في البيانات ولكنها تقترب من سابقتها عند زيادة حجم العينة, اما طريقة (P) فقد أعطت نتائج افضل عند وجود قيم شاردة من نوع IO .

iii) عندما (n=20,40,80) و $\vartheta_1 = 0.7$, $\Theta_1 = 0.5$

a) معلمة النموذج غير الموسمي

من خلال الجدول رقم (3 و 6 و 9) لوحظ ان هناك أفضلية لطريقة بيرسون حالة البيانات الخالية من الشوارد حيث كان مقدار التحيز النسبي و MAPE هو الأقل ويأتي بعدها الطريقة الحصينة (percentage bend), ولكن تأثرت طريقة بيرسون بوجود القيم الملوثة من النوع AO وبشكل كبير , اما طريقة (PB) الحصينة فقد كانت اقل تأثرا بالقيم الشاردة. مع ملاحظة ان الطريقتين تعطي نتائج أكثر كفاءة عندما تتجه المعلمة نحو الصفر.

b) معلمة النموذج الموسمي

ان ما ذكر في اعلاه عن المعلمة غير الموسمية ينطبق كذلك على المعلمة الموسمية حيث كان سلوك المقدرات متشابه الى حد كبير.

iv) عندما (n=200) و $\vartheta_1 = 0.2$, $\Theta_1 = 0.5$

a) معلمة النموذج غير الموسمي

توضح النتائج المبينة في الجدول رقم (10) بان طريقة (P) اعطت نتائجا افضل عند عدم وجود شوارد في البيانات. وبوجود قيم شاردة ملوثة للبيانات لوحظ تاثر الطريقتين بها ولكن كانت طريقة (PB) الاكثر حصانة ومقاومة لتلك القيم ولكن عندما تزداد نسبتها لوحظ انها تتأثر بشكل اكبر خاصة اذا كان نوع الشوارد AO بينما كان التأثر اقل في حالة نوع الشوارد IO ولكلا نوعي التوزيع المستخدم. لوحظ ايضا تاثر طريقة (P) بوجود القيم الشاردة خاصة اذا كانت من نوع AO

بينما ازداد اداءها تحسنا في حالة نوع الشوارد IO خاصة عندما يكون التوزيع الملوث به هو توزيع t.

b) معلمة النموذج الموسمي

ان اداء الطريقتين عند المعلمة الموسمية كانت مشابهة ايضا لأدائها عند المعلمة غير الموسمية.

v) عندما (n=200) و $\Theta_1 = 0.5$, $\vartheta_1 = 0.4$

a) معلمة النموذج غير الموسمي

يبين الجدول رقم (11) بان الافضلية لا زالت مستمرة لطريقة (P) عند عدم وجود قيم. عند تلويث البيانات بمشاهدات شاردة من نوع AO لوحظ تاثر الطريقتين وبنسب متفاوتة حيث تأثرت طريقة (PB) بشكل طفيف مبدية مقاومة تجاه القيم الشاردة , لكن تأثرت طريقة P بشكل واضح حيث ازدادت قيم معاييرها MAPE و Bias% بشكل كبير , وكلما ازدادت نسب التلويث تزداد درجة التأثر. اما عند التلويث بشوارد من نوع IO بتوزيع t لوحظ تقارب اداء بشكل كبير حتى ان الافضلية سجلت هنا لطريقة (P) .

b) معلمة النموذج الموسمي

يمكن ملاحظة تشابه سلوك الطريقتين من حيث الاداء والترتيب نسبة الى الافضلية بين هذه المعلمة والمعلمة الغير موسمية السابقة مع ملاحظة ان هناك ارتفاعاً طفيفاً بشكل عام في قيم معياري MAPE و Bias% .

vi) عندما (n=200) و $\Theta_1 = 0.5$, $\vartheta_1 = 0.7$

a) معلمة النموذج غير الموسمي

يمكن الملاحظة من خلال الجدول رقم (12) ان الزيادة في قيمة المعلمة النظرية يتبعها ازدياد في قيم معياري المقارنة MAPE و Bias% , وقد استمرت الافضلية لطريقة (P) عند عدم وجود قيم شاردة في البيانات مع تقارب واضح فيما بين اداء الطريقتين. لوحظ ايضا تاثر الطريقتين بوجود قيم شاردة من نوع AO في البيانات ويزداد هذا التأثر بزيادة نسبة تلك الشوارد في البيانات , وكانت طريقة (P) هي الاكثر تأثرا, اما طريقة (PB) فكانت الاقل تأثرا.

عندما يتم تلويث البيانات بشوارد من نوع IO وبتوزيع طبيعي بتباين مختلف فان الطريقتين تتأثر ايضا ولكن بشكل اقل ويزداد التأثر ايضا بزيادة نسبة التلويث, وعندما يكون التوزيع الملوث به هو توزيع t فيلاحظ انخفاض قيم معياري MAPE و Bias% مقارنة بالشوارد IO بتوزيع طبيعي

وايضا تقارب اداء الطريقتين (P) و (PB) بشكل كبير حيث احتلت طريقة (P) المرتبة الاولى في ترتيب الافضلية.

b) معلمة النموذج الموسمي

ان السلوك ايضا مشابه لما هو عليه في المعلمة غير الموسمية مع ملاحظة تاثر طريقة (P) بشكل كبير خصوصا عند النسب العالية من نوع الشوارد AO .

ويلاحظ ان المعلمة المقدرة تقترب كثيرا من المعلمة النظرية عند زيادة حجم العينة أي انه يزداد أداء الطريقتين تحسنا بشكل عام مع بقاء الفارق بين الطريقتين من ناحية بعدها وقربها من المعلمة النظرية وقيم معايير المقارنة وهذا ما ينطبق مع الأدبيات والنظريات الإحصائية. كذلك لوحظ انه كلما اتجهت قيمة المعلمة غير الموسمية النظرية نحو الصفر انخفضت قيم معياري المقارنة MAPE و Bias% .

الاستنتاجات

1. عند ازدياد نسب التلويث فان الطريقتين تتأثر اكثر
2. عندما تتجه قيمة المعلمة غير الموسمية النظرية نحو الصفر يقل مقدار MAPE و Bias% .
3. كان تاثر طريقة (P) بوجود القيم الشاردة من نوع AO اكبر منه في حالة الشوارد من نوع IO.
4. كان تاثر طريقة (P) بوجود القيم الشاردة من نوع IO عندما يكون التوزيع الملوث به هو توزيع طبيعي بتباين مختلف اكبر منه في حالة التوزيع t .
5. عندما يزداد حجم العينة تنخفض مقادير MAPE و Bias% .
6. عندما تزداد نسبة التلويث تزداد مقادير MAPE و Bias% .
7. اعطت نتائج الطريقتين المستخدمة سلوكا متشابهاً في حالتي تقدير معلمتي النموذج الموسمية وغير الموسمية .
8. تأثرت الطريقتان بوجود قيم شاردة من نوع AO و IO في البيانات وكان تأثير النوع الاول اكثر من تأثير النوع الثاني وكانت طريقة (PB) الاقل تأثرا , بينما طريقة (P) هي الاكثر تأثرا.
9. ان حصانة طريقة بيرسون (P) تنتهك عندما تكون البيانات ملوثة بشوارد من أي نوع بينما قاومت طريقة (PB) وجود تلك المشاهدات الشاردة

التوصيات

1. محاولة توسعة نطاق هذا البحث من خلال دراسة نماذج أخرى ومعرفة فيما إذا كانت الطريقة الموسعة (PB) تعطي نتائج جيدة ام لا.
2. محاولة دراسة توزيعات ملوثة اخرى ومعرفة فيما إذا كانت الطريقة الموسعة (PB) ستستمر على سلوك نفس التوزيعات المستخدمة في هذا البحث.
3. يمكن الاعتماد في الجوانب التطبيقية على الطريقة (PB) عندما تكون هناك شوارد في البيانات وخصوصا اذا كانت من النوع AO.

المصادر

1. Box ,G. E. , Jenkins G. M. and Reinsel G. C. (2008) "Time Series Analysis: Forecasting and Control " , 4th Edition , Wiley, New York.
2. Box, G.E. and Jenkins, G.M. (1976) "Time Series Analysis, Forecasting and Control", Revised Edition, Holden-Day, San Francisco.
3. Brockwell, P. and Davis, R. (2002) "Introduction to Time Series and Forecasting" Second Edition , Springer ,New York.
4. Bruce, A.G. and Martin, R.D. (1989) "Leave-k-out diagnostics for time series (with discussion)". Journal of the Royal Statistical Society, B 51, 363–424.
5. Bustos, H. and Yohai, V. J. (1986), "Robust estimates of ARMA

   models," Journal of the American Statistical Association, Vol. 81(393), 155-159.
6. Chakhchoukh, Y, Panciatici, P., Bondon, P. and Mili,L., (2009) "A new robust estimation method for ARMA models", IEEE ,ICASSP.
7. Chakhchoukh, Y. (2010) "A new robust estimation method for ARMA models", IEEE Transactions on Signal Processing. Vol.58, No.7, 3512-3522.

8. Chatfield, C., (2004) "The analysis of time series, an introduction" sixth edition: New York, Chapman & Hall/CRC.
9. Fox,A.J.(1972),"Outliers in Time Series",Journal of the Royal Statistical Society,B,34,350-363.
10. Maronna, R.A. , Martin, R.D. and Yohai, V.J. (2006). Robust Statistics: Theory and Methods, Wiley, West Sussex.
11. Sampson , M. (2001)"Time Series Analysis" Log-linear Publications, Canada.
12. TSAY, R. S. (1988) "Outliers, Level Shifts, and Variance Changes in Time Series" , Journal of Forecasting, Vol. 7, 1-20.
13. Wilcox ,R.R. (1997) "Introduction to Robust Estimation and Hypothesis Testing", Academic Press, San Diego, CA.
14. Wilcox ,R.R. (2005) "Introduction to Robust Estimation and Hypothesis Testing", 2nd ed., Academic Press, San Diego, CA.

الملاحق

MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة	MAPE	%Bias	ϑ_1	الطريقة	نوع البيانات
14.958	29.698	0.352	P	6.787	2.071	0.196	P	نظيفة
18.254	35.006	0.325	PB	6.801	3.089	0.206	PB	
82.351	85.831	0.071	P	47.953	68.75	0.062	P	ملوثة بشوارد (AO)
29.8	49.9	0.25	PB	9.395	11.556	0.223	PB	5%

49.874	70.122	0.149	P		17.903	41.799	0.116	P	ملوثة بشوارد (AO)
35.037	53.43	0.233	PB		9.356	21.303	0.157	PB	%10
101.877	100.768	-0.004	P		88.527	93.852	0.012	P	ملوثة بشوارد (AO)
49.509	64.878	0.176	PB		24.604	42.028	0.116	PB	15%
68.523	80.36	0.098	P		193.694	135.276	-0.071	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
9.035	21.686	0.392	PB		5.745	18.961	0.238	PB	(IO) (%5)
80.166	88.442	0.058	P		24.888	37.577	0.125	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
13.877	30.832	0.346	PB		7.692	19.15	0.238	PB	(IO) (%10)
76.235	82.521	0.087	P		55.652	65.625	0.069	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
14.813	31.062	0.345	PB		12.839	25.753	0.252	PB	(IO) (%15)
8.648	19.766	0.401	P		4.346	7.696	0.215	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
5.041	9.766	0.451	PB		4.241	5.816	0.212	PB	(IO) (%5)
10.066	23.972	0.38	P		7.065	10.889	0.222	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
7.198	15.959	0.42	PB		4.302	5.329	0.211	PB	(IO) (%10)
12.481	29.105	0.354	P		9.582	12.848	0.226	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
9.138	22.773	0.386	PB		6.418	10.726	0.221	PB	(IO) (%15)

الجدول رقم (1)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطريقتين وقيم التحيز النسبي ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة MAPE ولحجم العينة n=20 (عندما $\Theta_1 = 0.5$, $\vartheta_1 = 0.2$)

MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة		MAPE	%Bias	ϑ_1	الطريقة	نوع البيانات
18.738	37.085	0.315	P		10.437	19.086	0.324	P	
20.374	37.734	0.311	PB		12.86	24.797	0.301	PB	نظيفة
80.501	84.436	0.078	P		66.969	81.316	0.075	P	ملوثة بشوارد (AO)
30.215	48.573	0.257	PB		13.616	27.059	0.292	PB	5%
258.652	158.544	-0.293	P		47.704	68.753	0.125	P	ملوثة بشوارد (AO)

56.913	72.039	0.14	PB	15.476	32.419	0.27	PB	%10
170.137	128.62	-0.143	P	49.632	61.425	0.114	P	ملوثة بشوارد (AO)
75.912	86.464	0.068	PB	19.572	38.873	0.245	PB	15%
67.819	79.49	0.103	P	155.391	119.929	-0.08	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
10.213	23.446	0.383	PB	5.166	9.603	0.362	PB	(IO) (%5)
64.161	77.316	0.113	P	40.155	53.523	0.186	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
13.818	29.671	0.352	PB	6.855	16.661	0.333	PB	(IO) (%10)
75.265	81.478	0.093	P	49.374	62.592	0.15	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
16.818	33.819	0.331	PB	10.975	26.507	0.294	PB	(IO) (%15)
10.59	24.306	0.378	P	4.573	7.721	0.369	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
5.435	9.632	0.452	PB	4.037	3.079	0.388	PB	(IO) (%5)
11.846	27.366	0.363	P	6.206	7.905	0.368	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
7.896	18.592	0.407	PB	4.372	2.569	0.39	PB	(IO) (%10)
15.553	33.898	0.331	P	7.077	4.616	0.382	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
10.559	24.497	0.378	PB	4.964	3.255	0.387	PB	(IO) (%15)

الجدول رقم (2)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطريقتين وقيم التحيز النسبي ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة MAPE ولحجم العينة n=20 (عندما $\Theta_1 = 0.5$, $\vartheta_1 = 0.4$)

MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة	MAPE	%Bias	ϑ_1	الطريقة	نوع البيانات
2.879	1.645	0.508	P	4.028	13.482	0.606	P	نظيفة
3.087	5.298	0.474	PB	4.848	17.018	0.581	PB	
82.351	85.831	0.071	P	47.953	68.75	0.062	P	ملوثة بشوارد (AO)
29.8	49.9	0.25	PB	9.395	11.556	0.223	PB	5%
59.645	76.401	0.118	P	64.376	79.848	0.141	P	ملوثة بشوارد (AO)

37.21	53.427	0.233	PB	29.735	49.28	0.355	PB	%10
97.769	98.599	0.007	P	91.972	95.667	0.03	P	ملوثة بشوارد (AO)
50.659	67.416	0.163	PB	42.825	61.111	0.272	PB	15%
68.658	79.678	0.102	P	96.413	92.959	0.049	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
11.096	25.33	0.373	PB	15.069	33.524	0.465	PB	(IO) (%5)
45.217	61.158	0.194	P	63.369	71.28	0.201	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
14.05	29.531	0.352	PB	15.36	33.698	0.464	PB	(IO) (%10)
71.474	78.23	0.109	P	58.882	69.732	0.212	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
19.112	37.773	0.311	PB	18.733	38.668	0.429	PB	(IO) (%15)
11.686	26.947	0.365	P	14.566	30.116	0.489	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
6.216	11.957	0.44	PB	12.546	29.516	0.493	PB	(IO) (%5)
14.465	30.859	0.346	P	14.826	29.341	0.495	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
9.415	21.628	0.392	PB	12.443	29.321	0.495	PB	(IO) (%10)
18.652	38.165	0.309	P	17.898	35.168	0.454	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
11.874	26.608	0.367	PB	15.254	33.495	0.466	PB	(IO) (%15)

الجدول رقم (3)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطريقتين وقيم التحيز النسبي ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة MAPE ولحجم العينة n=20 (عندما $\Theta_1 = 0.5$, $\vartheta_1 = 0.7$)

MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة	MAPE	%Bias	ϑ_1	الطريقة	نوع البيانات
6.523	17.487	0.413	P	4.335	0.731	0.199	P	نظيفة
7.812	20.855	0.396	PB	4.679	1.204	0.198	PB	
397.477	198.274	-0.491	P	45.65	67.226	0.066	P	ملوثة بشوارد (AO)
19.19	40.281	0.299	PB	5.334	13.406	0.173	PB	5%

182.157	134.811	-0.174	P		65.523	80.881	0.038	P	ملوثة بشوارد (AO)
36.482	57.014	0.215	PB		12.263	30.192	0.14	PB	%10
234.917	153.151	-0.266	P		80.552	89.608	0.021	P	ملوثة بشوارد (AO)
85.938	91.261	0.044	PB		28.544	51.219	0.098	PB	15%
77.088	87.093	0.065	P		32.823	45.931	0.108	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
5.179	14.673	0.427	PB		2.504	6.504	0.187	PB	(IO) (%5)
34.539	48.185	0.259	P		23.747	34.262	0.131	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
6.48	20.859	0.396	PB		4.963	17.659	0.165	PB	(IO) (%10)
25.596	43.328	0.283	P		32.243	43.888	0.112	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
10.138	27.428	0.363	PB		9.573	28.835	0.142	PB	(IO) (%15)
5.741	9.431	0.453	P		4.46	4.049	0.208	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
2.713	5.018	0.475	PB		2.244	1.303	0.203	PB	(IO) (%5)
6.928	13.426	0.433	P		5.271	10.28	0.179	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
3.768	9.58	0.452	PB		3.201	10.002	0.18	PB	(IO) (%10)
7.812	15.087	0.425	P		5.493	8.522	0.217	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
3.553	5.451	0.473	PB		2.694	3.432	0.207	PB	(IO) (%15)

الجدول رقم (4)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطريقتين وقيم التحيز النسبي ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة MAPE ولحجم العينة

n=40 **(عندما $\Theta_1 = 0.5$, $\vartheta_1 = 0.2$)**

MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة		MAPE	%Bias	ϑ_1	الطريقة	نوع البيانات
7.456	17.667	0.412	P		4.991	2.747	0.389	P	نظيفة
8.391	19.713	0.401	PB		5.014	6.767	0.373	PB	
67.496	81.871	0.091	P		63.884	79.585	0.082	P	ملوثة بشوارد (AO)
12.727	29.137	0.354	PB		7.602	17.137	0.331	PB	5%

80.363	89.517	0.052	P		78.248	88.326	0.047	P	ملوثة بشوارد (AO)
22.009	42.522	0.287	PB		15.88	35.187	0.259	PB	%10
83.886	91.453	0.043	P		92.808	96.245	0.015	P	ملوثة بشوارد (AO)
34.097	56.404	0.218	PB		31.094	53.197	0.187	PB	15%
55.529	71.912	0.14	P		42.883	54.373	0.183	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
5.109	14.76	0.426	PB		3.244	5.314	0.379	PB	(IO) (%5)
33.672	47.631	0.262	P		37.5	51.334	0.195	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
7.657	22.82	0.386	PB		4.782	14.937	0.34	PB	(IO) (%10)
27.723	45.203	0.274	P		27.746	42.816	0.229	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
12.174	31.007	0.345	PB		9.361	26.774	0.293	PB	(IO) (%15)
6.103	10.554	0.447	P		5.227	3.721	0.385	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
3.08	5.904	0.47	PB		3.057	2.289	0.409	PB	(IO) (%5)
7.824	15.82	0.421	P		5.666	7.637	0.369	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
4.165	10.89	0.446	PB		3.608	6.541	0.374	PB	(IO) (%10)
8.584	15.868	0.421	P		5.344	2.72	0.389	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
3.922	8.143	0.459	PB		3.131	2.587	0.41	PB	(IO) (%15)

الجدول رقم (5)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطريقتين وقيم التحيز النسبي ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة MAPE ولحجم العينة

($\vartheta_1 = 0.4$, $\Theta_1 = 0.5$ عندما) n=40

MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة		MAPE	%Bias	ϑ_1	الطريقة	نوع البيانات
2.227	2.355	0.488	PB		2.348	6.751	0.653	P	نظيفة
17.701	41.49	0.293	K		2.731	10.312	0.628	PB	
85.652	92.2	0.039	P		86.859	92.844	0.05	P	ملوثة بشوارد (AO)

17.153	36.548	0.317	PB	19.603	39.985	0.318	PB	5%
91.462	95.499	0.023	P	94.62	97.117	0.02	P	ملوثة بشوارد (AO)
24.652	46.096	0.27	PB	29.901	50.858	0.344	PB	%10
87.499	93.396	0.033	P	93.395	96.531	0.024	P	ملوثة بشوارد (AO)
34.124	56.441	0.218	PB	42.932	63.169	0.258	PB	15%
40.654	58.276	0.209	P	53.129	64.459	0.249	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
5.767	17.154	0.414	PB	8.701	24.469	0.529	PB	(IO) (%5)
32.399	46.526	0.267	P	51.618	64.376	0.249	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
8.986	24.589	0.377	PB	10.421	26.713	0.513	PB	(IO) (%10)
27.507	44.146	0.279	P	41.716	57.639	0.297	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
14.808	35.041	0.325	PB	15.318	35.198	0.454	PB	(IO) (%15)
6.609	10.326	0.448	P	10.052	22.903	0.54	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
3.568	7.214	0.464	PB	7.238	20.811	0.554	PB	(IO) (%5)
8.462	17.801	0.411	P	9.591	21.654	0.548	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
4.722	11.904	0.44	PB	7.505	20.547	0.556	PB	(IO) (%10)
9.405	18.271	0.409	P	10.767	24.466	0.529	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
4.666	9.316	0.453	PB	8.595	24.156	0.531	PB	(IO) (%15)

الجدول رقم (6)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطريقتين وقيم التحيز النسبي ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة MAPE ولحجم العينة

n=40 **(عندما $\Theta_1 = 0.5$, $\vartheta_1 = 0.7$)**

MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة	MAPE	%Bias	ϑ_1	الطريقة	نوع البيانات
2.738	3.258	0.484	P	2.399	2.056	0.204	P	نظيفة
3.423	6.769	0.466	PB	2.618	4.461	0.191	PB	

83.91	91.506	0.042	P		71.112	84.209	0.032	P	ملوثة بشوارد (AO)
8.49	24.76	0.376	PB		5.709	19.975	0.16	PB	5%
40.895	63.756	0.181	P		75.902	87.026	0.026	P	ملوثة بشوارد (AO)
10.437	28.784	0.356	PB		12.795	32.769	0.134	PB	%10
125.414	111.944	-0.06	P		87.455	93.477	0.013	P	ملوثة بشوارد (AO)
35.423	58.671	0.207	PB		22.261	45.698	0.109	PB	15%
78.383	82.769	0.086	P		39.468	52.481	0.095	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
2.706	8.235	0.459	PB		2.247	10.413	0.179	PB	(IO) (%5)
15.982	32.671	0.337	P		12.133	30.012	0.14	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
3.626	13.024	0.435	PB		4.414	2.183	0.196	PB	(IO) (%10)
9.005	22.434	0.388	P		11.23	32.382	0.135	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
6.958	19.318	0.403	PB		9.054	5.839	0.188	PB	(IO) (%15)
4.386	5.572	0.472	P		3.305	0.122	0.21	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
2.332	5.487	0.473	PB		1.253	3.124	0.194	PB	(IO) (%5)
4.754	8.282	0.459	P		3.941	8.195	0.184	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
2.321	5.548	0.472	PB		1.591	6.275	0.187	PB	(IO) (%10)
4.918	7.602	0.462	P		3.546	6.073	0.188	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
2.917	3.334	0.517	PB		1.269	3.22	0.194	PB	(IO) (%15)

الجدول رقم (7)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطريقتين وقيم التحيز النسبي ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة MAPE ولحجم العينة

n=80 **(عندما $\Theta_1 = 0.5$, $\vartheta_1 = 0.2$)**

MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة		MAPE	%Bias	ϑ_1	الطريقة	نوع البيانات
3.727	10.043	0.45	P		3.077	0.451	0.402	P	نظيفة
4.937	14.855	0.426	PB		3.564	5.435	0.422	PB	

82.965	90.977	0.045	P	78.819	88.646	0.045	P	ملوثة بشوارد (AO)
8.688	24.996	0.375	PB	7.286	22.241	0.311	PB	5%
40.487	63.427	0.183	P	82.847	90.92	0.036	P	ملوثة بشوارد (AO)
10.833	28.919	0.355	PB	16.706	37.767	0.249	PB	%10
125.019	111.766	-0.059	P	90.338	95.001	0.02	P	ملوثة بشوارد (AO)
35.562	58.742	0.206	PB	29.384	52.772	0.189	PB	15%
67.014	76.287	0.119	P	9.932	28.576	0.286	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
3.084	8.976	0.455	PB	2.258	6.378	0.374	PB	(IO) (%5)
16.334	32.926	0.335	P	19.452	38.141	0.247	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
4.324	14.667	0.427	PB	3.72	14.69	0.341	PB	(IO) (%10)
9.655	26.677	0.367	P	42.822	55.377	0.178	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
9.145	21.019	0.395	PB	9.462	16.275	0.335	PB	(IO) (%15)
4.547	6.668	0.467	P	3.877	3.224	0.387	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
2.535	5.527	0.472	PB	1.888	1.265	0.405	PB	(IO) (%5)
5.286	8.825	0.456	P	4.259	6.084	0.376	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
2.305	6.575	0.467	PB	2.058	4.735	0.381	PB	(IO) (%10)
5.28	9.005	0.455	P	4.302	4.97	0.38	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
2.913	5.311	0.473	PB	2.066	4.199	0.417	PB	(IO) (%15)

الجدول رقم (8)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطريقتين وقيم التحيز النسبي ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة MAPE ولحجم العينة

n=80 **(عندما $\vartheta_1 = 0.4$, $\Theta_1 = 0.5$)**

MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة		MAPE	%Bias	ϑ_1	الطريقة	نوع البيانات

1.246	3.554	0.482	P		1.503	2.818	0.68	P	نظيفة
1.292	3.92	0.52	PB		2.443	10.496	0.627	PB	
80.115	89.364	0.053	P		82.212	90.492	0.067	P	ملوثة بشوارد (AO)
9.235	25.722	0.371	PB		14.163	33.779	0.464	PB	5%
39.756	62.821	0.186	P		86.25	92.752	0.051	P	ملوثة بشوارد (AO)
11.201	28.808	0.356	PB		26.451	48.608	0.36	PB	%10
124.083	111.342	-0.057	P		91.608	95.653	0.03	P	ملوثة بشوارد (AO)
35.972	59.01	0.205	PB		41.102	62.637	0.262	PB	15%
46.901	61.562	0.192	P		57.305	67.737	0.226	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
3.529	11.142	0.444	PB		6.382	19.537	0.563	PB	(IO) (%5)
17.76	40.655	0.297	P		38.726	60.781	0.275	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
5.401	17.299	0.414	PB		8.6	24.835	0.526	PB	(IO) (%10)
10.982	28.66	0.357	P		27.372	50.441	0.347	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
10.583	22.993	0.385	PB		14.081	34.795	0.456	PB	(IO) (%15)
5.059	7.928	0.46	P		6.754	15.269	0.593	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
2.87	5.792	0.471	PB		4.269	13.782	0.604	PB	(IO) (%5)
5.703	11.078	0.445	P		7.128	17.474	0.578	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
2.636	7.195	0.464	PB		4.847	15.974	0.588	PB	(IO) (%10)
5.714	10.564	0.447	P		7.497	18.284	0.572	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
2.993	6.819	0.466	PB		4.8	16.821	0.582	PB	(IO) (%15)

الجدول رقم (9)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطريقتين وقيم التحيز النسبي ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة MAPE ولحجم العينة

n=80 **(عندما $\Theta_1 = 0.5$, $\vartheta_1 = 0.7$)**

MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة		MAPE	%Bias	ϑ_1	الطريقة	نوع البيانات
1.794	4.461	0.522	P		0.729	1.962	0.196	P	

1.89	3.875	0.481	PB		1.306	8.224	0.184	PB	نظيفة
83.053	91.073	0.045	P		71.975	84.782	0.03	P	ملوثة بشوارد (AO)
9.683	29.266	0.354	PB		5.703	22.593	0.155	PB	5%
136.109	116.639	-0.083	P		91.468	95.622	0.009	P	ملوثة بشوارد (AO)
27.096	51.524	0.242	PB		14.853	37.871	0.124	PB	%10
97.372	98.656	0.007	P		88.977	94.312	0.011	P	ملوثة بشوارد (AO)
34.061	57.722	0.211	PB		27.039	51.51	0.097	PB	15%
5.229	10.606	0.447	P		5.901	15.036	0.17	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
1.632	10.23	0.449	PB		0.96	8.523	0.183	PB	(IO) (%5)
4.893	13.667	0.432	P		6.951	25.62	0.149	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
2.853	12.152	0.439	PB		2.648	13.023	0.226	PB	(IO) (%10)
4.95	20.57	0.397	P		9.122	17.973	0.236	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
4.428	18.302	0.408	PB		2.539	13.038	0.174	PB	(IO) (%15)
0.828	0.399	0.498	P		0.431	0.906	0.198	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
1.362	7.632	0.462	PB		0.677	5.437	0.189	PB	(IO) (%5)
1.152	1.06	0.505	P		0.38	1.917	0.196	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
1.222	6.228	0.469	PB		0.656	6.072	0.188	PB	(IO) (%10)
1.184	2.287	0.511	P		0.439	2.073	0.196	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
1.743	9.513	0.452	PB		0.862	6.826	0.186	PB	(IO) (%15)

الجدول رقم (10)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطريقتين وقيم التحيز النسبي ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة MAPE ولحجم

العينة n=200 **(عندما $\Theta_1 = 0.5$, $\vartheta_1 = 0.2$)**

MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة		MAPE	%Bias	ϑ_1	الطريقة	نوع البيانات
2.406	4.285	0.521	P		1.357	1.525	0.406	P	

2.935	3.54	0.482	PB	1.468	5.181	0.379	PB	نظيفة
81.825	90.391	0.048	P	77.593	88.029	0.048	P	ملوثة بشوارد (AO)
9.712	29.037	0.355	PB	7.126	25.348	0.299	PB	5%
134.676	116.022	-0.08	P	92.347	96.078	0.016	P	ملوثة بشوارد (AO)
27.025	51.438	0.243	PB	18.006	41.754	0.233	PB	%10
96.602	98.261	0.009	P	93.161	96.502	0.014	P	ملوثة بشوارد (AO)
34.251	57.853	0.211	PB	30.754	55.227	0.179	PB	15%
10.97	26.041	0.37	P	4.198	11.645	0.353	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
1.567	7.907	0.46	PB	1.356	8.747	0.365	PB	(IO) (%5)
5.912	14.083	0.43	P	6.537	24.548	0.302	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
2.911	13.16	0.434	PB	1.963	11.649	0.353	PB	(IO) (%10)
7.451	25.874	0.371	P	9.335	15	0.34	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
4.601	18.193	0.409	PB	3.447	15.817	0.337	PB	(IO) (%15)
0.878	0.736	0.496	P	0.638	0.116	0.403	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
1.439	7.925	0.46	PB	0.934	6.232	0.375	PB	(IO) (%5)
1.092	0.559	0.503	P	0.55	0.534	0.398	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
1.364	6.242	0.469	PB	0.837	6.318	0.375	PB	(IO) (%10)
1.358	2.663	0.513	P	0.712	3.657	0.415	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
1.715	8.628	0.457	PB	0.855	5.057	0.38	PB	(IO) (%15)

جدول رقم (11)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطريقتين وقيم التحيز النسبي ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة MAPE ولحجم العينة

n=200 **(عندما $\Theta_1 = 0.5$, $\vartheta_1 = 0.4$)**

MAPE	%Bias	Θ_1	الطريقة	MAPE	%Bias	ϑ_1	الطريقة	نوع البيانات
1.317	3.324	0.483	P	1.446	3.099	0.678	P	نظيفة
1.582	4.51	0.523	PB	2.356	9.208	0.636	PB	
78.732	88.65	0.057	P	80.958	89.91	0.071	P	ملوثة بشوارد (AO)
9.816	29.286	0.354	PB	13.159	34.63	0.458	PB	5%
131.283	114.546	-0.073	P	92.75	96.282	0.026	P	ملوثة بشوارد (AO)
27.002	51.402	0.243	PB	27.438	51.705	0.338	PB	%10
94.9	97.384	0.013	P	94.861	97.372	0.018	P	ملوثة بشوارد (AO)
34.756	58.26	0.209	PB	41.169	63.931	0.252	PB	15%
12.304	27.262	0.364	P	12.753	28.905	0.498	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
1.789	7.497	0.463	PB	3.668	14.037	0.602	PB	(IO) (%5)
7.359	20.241	0.399	P	14.806	37.602	0.437	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
4.907	18.028	0.41	PB	6.437	23.721	0.534	PB	(IO) (%10)
12.195	33.883	0.331	P	25.512	44.226	0.39	P	ملوثة بتوزيع طبيعي بتباين 30
4.675	18.678	0.407	PB	8.538	27.187	0.51	PB	(IO) (%15)
1.043	0.736	0.496	P	1.499	4.632	0.668	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
1.553	8.221	0.459	PB	2.545	10.084	0.629	PB	(IO) (%5)
1.216	0.453	0.502	P	1.525	3.705	0.674	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
1.481	6.22	0.469	PB	2.334	10.406	0.627	PB	(IO) (%10)
1.527	3.144	0.516	P	1.439	2.971	0.679	P	ملوثة بتوزيع t,df=3
1.883	9.259	0.454	PB	2.178	9.042	0.637	PB	(IO) (%15)

جدول رقم (12)

يمثل قيم المعلمتين المقدرتين بالطريقتين وقيم التحيز النسبي ومتوسط الأخطاء النسبية المطلقة MAPE ولحجم العينة

n=200 (عندما $\Theta_1 = 0.5$, $\vartheta_1 = 0.7$)